

ديدكتيك الرياضيات

تجميعة لأهم دروس ديدكتيك الرياضيات في
-الأعداد والحساب والقياس-

مفهوم الضرب

مفهوم الطرح

مفهوم الجمع

العدد الصحيح الطبيعي

القياس

مفهوم العدد الكسري

مفهوم العدد العشري

مفهوم القسمة

جميع: ذ. هشام قطبان

تقديم الأعداد الصحيحة الطبيعية

(1) مقدمة.

اعتباراً بأن التعامل بالأعداد الطبيعية كتابية وتسمية ومقارنة وترتيباً هو من أهم الكفايات المراد تمييزها وتطويرها خلال سنوات التمدرس بالمدرسة الابتدائية، فإن هذا التطوير ينبغي أن يركز على المكتسبات السابقة للمتعلمين من خلال التذكير بها والتعميق وتوسيع مجالات استعمالها.

يتم بناء العدد الطبيعي بالسنة الأولى (حالياً) في احتكاك التلميذ وتعامله مع مجموعة من الوضعيات العملية والمجردة والتي تعطي المعنى والمدلول الحقيقي لمفهوم العدد الطبيعي، وهذه الوضعيات تمكن التلميذ من اكتشاف الخاصيات والتمثيلات الرمزية لهذه الأعداد بالإضافة إلى العلاقات التي يمكن إيجازها.

ويبنى مفهوم العدد الطبيعي بعملية توليف بين مظهرين :

- المظهر الرئيسي للعدد باعتباره عدد عناصر مجموعة منتهية.
- المظهر الترتيبي للعدد باعتباره عنصراً من متتالية.

ويتطلب هذا التوليف إعطاء أهمية للأنشطة ماقبل العددية والتي تخص العمل على المجموعات:

التصنيف والترتيب، التوصل حداً بحد، تعيين مجموعات بالإضافة إلى أنشطة التجميع والمبادلة.

(انظر بعض الأنشطة في كراسة التلميذ بالسنة الأولى).

(2) تقديم الأعداد.

يتم تقديم الأعداد الأصغر من عشرة اعتماداً على الأنشطة ماقبل العددية مع التطرق إلى المقارنة والترتيب باستعمال <، >، = و تقديم الكتابات الجمعية (كأداة للتعبير عن أعداد باستعمال الرمز +).

- أما فيما يتعلق بتقديم الأعداد من عشرة فما فوق فإن الأمر يتعلق أساساً بجعل المتعلمين يستأنسون بقواعد أنظمة العد العشرية بالوضع وتعوددهم عليها، الشيء الذي سيمكنهم فيما بعد من التغلب على مشاكل كتابة الأعداد في النظام العشري.

(انظر بعض الأنشطة في كراسة التلميذ).

- أن تقديم الأعداد يتم على عدة مستويات :

(1-2) مستوى التمثيل:

لتمكين المتعلمين من تنمية وتطوير كفاياتهم في مجال الأعداد ينبغي توظيف أشياء ملموسة ومتنوعة (حصى، حبات الفول، أقلام، أقراص، بطاقات الأعداد، خشبيات، ...).

واستخدام أدوات ديداكنتيكية مناسبة وتمثيلات متنوعة أهمها :

* المربعات والقضبان والصفائح باعتبارها تمثيلاً يعتمد مبدأ التجميع المتتالي بعشرة والمبادلة وهذا التمثيل غير وضعي.

* المحساب ذو السيقان الذي يعتمد مبدأ المبادلة والوضع.

* المحساب النقطي كوسيلة عد وضعية تعتمد المبادلة (مبادلة عشر نقط بنقطة ولكن في موقع مغاير).

* جدول العد العشري كوسيلة عد وضعية حيث يتعرف المتعلم على فصل الوحدات البسيطة الذي يشمل على ثلاث رتب (منازل) وهي رتبة الآحاد ورتبة العشرات (في السنة الأولى) ورتبة المئات (في السنة الثانية).

- فصل الآلاف ورتبة (في السنة الرابعة) إلى جانب فصل الوحدات البسيطة.

- فصل الملايين والملايير (في السنتي الخامسة والسادسة) إلى جانب الفصلين السابقين الذكر.

* العدد: باعتباره وسيلة عد وضعية وسريعة لفهم آلية الانتقال من رتبة إلى أخرى.

وإن دور هذه الوسائل يتمثل في تمكين المتعلمين من بلوغ مستوى من التجريد تدريجياً بواسطة التمثيلات الذهنية ذلك أن هذه التمثيلات من شأنها أن تسهل على التلميذ استعمال الأعداد بشكل فعال.

تقديم الأعداد الصحيحة الطبيعية

1- الكفايات

- التعامل بالأعداد الصحيحة الطبيعية تسمية وكتابة و تمثيلاً و مقارنة و ترتيباً باستعمال الرموز الرياضياتية المباشرة.

2- الثغرات المستهدفة

- يتعرف مفهوم العدد الطبيعي تسمية (قراءة) و كتابة (بالأرقام و بالعروض و كتابة جمعية ...)
- يقوم بتمثيلات متنوعة للعدد الطبيعي (استعمال المربعات و القضبان... المعساب ... جدول العد العشري...)
- يتعرف نظام العد العشري (التجميعات بعشرة و المبادلات...)
- يتعرف مقارنة و ترتيب الأعداد الطبيعية باستعمال الرموز (<، >، =) و باستخدام المستقيم المدرج و الشريط العددي ...
- يوظف الأعداد الطبيعية في مجالات من الحياة اليومية (مسائل...)

3- المضامين

1- مقدمة في الموضوع

2- تقديم الأعداد الطبيعية (من 0 إلى 9 ثم من 10 فما فوق) على:

أ- مستوى التمثيل

ب- مستوى الكتابة والقراءة

ج- مستوى المقارنة و الترتيب

د- مستوى التوظيف

3- بعض الأخطاء الشائعة و الصعوبات المحتملة و سبل معالجتها

4- تدارس بعض الأنشطة المقترحة في كراسات التلميط تخص مجال الأعداد الطبيعية على مستوى :

• الأهداف المتوخاة

• المحتوى (النص، المعطيات العددية ...)

• طريقة العمل و تدبير النشاط

• الوسائل المعتمدة

• تقويم النشاط، الدعم

• الصعوبات و سبل معالجتها...

2-ب) مستوى الكتابة والقراءة

بموازاة مع تقديم الأعداد يتعرف التلاميذ على كيفية كتابتها بالأرقام كتابة اعتيادية، كتابة جمعية، كتابة مختلطة وكتابتها بالحروف وكذا الانتقال من إحدى هذه الكتابات إلى أخرى وعلى كيفية قراءتها إن الهدف من التنوع في كتابات العدد هو تمكين المتعلم من فهم متين لنظمة العد العشرية يلازم ذلك أن بعض المتعلمين يجدون صعوبات في قراءة أو كتابة الأعداد المنروسة ولا سيما الأعداد المتكونة بأكثر من رقمين حيث يتم الانتقال عند القراءة أو الكتابة بالحروف من المئات إلى الآحاد وأخيراً العشرات .



2-ج) مستوى المقارنة والترتيب

بموازاة مع تقديم الأعداد الطبيعية تتم مقارنتها وترتيبها باستخدام الرموز ($<$ أو $>$ أو $=$) أو باستخدام المستقيم المدرج أو شريط الأعداد وذلك انطلاقاً من أنشطة تعتمد أساساً على مقارنة الأعداد وهي مكتوبة بالأرقام في صور مختلفة :

* كتابة اعتيادية :

$$3678 < 3675 \quad 1001 < 1010 \quad 23 > 32 \quad 6 < 9 \quad \dots$$

* كتابة جمعية :

$$11 < 3 + 9 \quad 100 + 7 + 20 < 172 \quad 3 + 5 = 5 + 2 + 1$$

* كتابة ضربية :

(بعد التعرف على الكتابات الضربية)

$$13 \times 7 < 13 \times 9 \quad 8 \times 0 = 11 \times 0 \quad 27 \times 7 > 3 \times 9 \times 5$$

* كتابة مختلطة :

$$9 + 400 < (5 \times 10) + 56 < (4 \times 100) + 56 \quad 30 + 2 = (3 \times 10) + 2$$

وذلك بغرض توظيف مختلف قواعد المقارنة وتثبيتها . كما يجب عدم إغفال مقارنة الأعداد وهي مكتوبة بالحروف رغم الصعوبات التي قد تصاحبها ثم الانتقال من مقارنة الأعداد وهي مكتوبة بالأرقام إلى مقارنتها وهي مكتوبة بالحروف أو العكس .

أما الترتيب فيشمل أنشطة حصر عدد بعددين متتابعين أو غير متتابعين وتمديد هذا الحصر إلى تحديد موضعه على سلسلة عددية ممثلة على شريط عددي أو مستقيم مدرج أو ترتيب أعداد غير مرتبة . كل هذه الأنشطة تمكن المتعلم من تعرف الأعداد الطبيعية في مظهرها الترتيبي الذي يتكامل مع المظهر الكمي (الرتبي) الذي كانت المربعات والقضبان والصفائح ... الوسيلة الأساسية في إبرازه .

2-د) مستوى التوظيف :

إن تنمية وتطوير الكفايات العددية للمتعلمين لا ينبغي أن يكون مجرد تراكم لمعارف مجردة عن أي استعمال . فالأعداد لا تأخذ معناها إلا من خلال توظيفها وإمماجها في مسائل يفترض حلها .

3- بعض الصعوبات المحتملة وكيفية معالجتها:

تتجلى جل الصعوبات المرافقة لتقديم الأعداد الطبيعية بالعدسة الابتدائية (ولا سيما في المستويات الأولى) فيما يلي:

* صعوبة في كتابة الأرقام: (مرتبطة بتنظيم الفضاء - بمهارات حركية...).

مثل : كتابة E عوض 3 أو 5 عوض 6....

* الخلط بين الرقمين 6 و 9 كتابة وتسمية: (نظرا لتشابههما في الكتابة بالأرقام).

* صعوبة الوضع :

مثل : - كتابة أربعة عشر كالتالي 41 عوض 14.

- كتابة مائة وخمسة كالتالي 1005 عوض 105.

- قراءة العدد 23 كالتالي: اثنان وثلاثون عوض ثلاثة وعشرون...

* صعوبة كتابة الأعداد بالحروف...

* صعوبة مقارنة الأعداد وهي مكتوبة بالحروف:

مثل : مائة "أصغر من" خمسة و ستين (مقارنة الحيز الذي تحتله كتابة العدد بالحروف).

عوض مائة أكبر من خمسة و ستين .

* صعوبة الانتقال من مقارنة الأعداد وهي مكتوبة بالحروف إلى مقارنتها وهي مكتوبة بالأرقام:

مثل : أربعة و ثلاثون أصغر من واحد و سبعين .

↓ ↓ ↓

$$34 < 71 \quad \text{عوض} \quad 71 < 34$$

* الخلط بين الرمز $<$ و $>$ عند المقارنة والترتيب.

مثل : يكتب $5 > 3$ و يقرأ ثلاثة "أصغر من" خمسة (أو العكس).

* صعوبة الانتقال من العد الشفوي (بالحروف) إلى العد الكتابي (بالأرقام) (والعكس).

مثل : - كتابة العدد ثلاث مائة وخمسة و ستين على الشكل التالي : 356 عوض 365.

- قراءة العدد 147 على الشكل التالي: مائة و أربعة و سبعون عوض مائة و سبعة و أربعين.

* الخلط بين رقم الآحاد و عدد الوحدات في عدد.

الخلط بين رقم العشرات و عدد العشرات في عدد.

الخلط بين رقم المئات و عدد المئات في عدد....

عند الوقوف على مثل هذه الأخطاء الشائعة لدى المتعلمين ومواجهة مثل هذه الصعوبات يتحتم على المدرس إعطاءها أهمية قصوى وذلك برصدها والتعرف على مصادرها وأسباب ارتكابها من طرف التلاميذ بغية تقديم علاج مناسب لها. تتم هذه المعالجة من خلال إنجاز أنشطة مختارة ومتنوعة واستخدام وسائل ديدكتيكية مناسبة يراها الأستاذ ضرورية لتجاوز مختلف الصعوبات وذلك خلال حصص الدرس وخلال حصص الدعم الأسبوعي وكذا خلال أسبوع التقويم والتثبيت والدعم وأسبوع الدعم الخاص.

4- تدارس بعض الأنشطة المفروضة في كراسات التلاميذ كتحضير مجازاة الأعداد الطبيعية على مستوى :
- الأعداد المنقوشة - المحمومة - طريقة الفصل - رسم المثلثات - الرسم على العمدة - تقويم ودعم
الصعوبات - وسبل معالجتها (على بالورشة) .

المجموعات المتفادرة : Ensemble equipotent.

ملاحظة :

وجود تطبيق تقابلي من المجموعة E إلى F ($E \neq \emptyset$) نحو المجموعة F ($F \neq \emptyset$) يعني أن المجموعة E تقادّر المجموعة F .

المجموعتان المتفادرتان :

المجموعتان المتفادرتان E ($E \neq \emptyset$) و F ($F \neq \emptyset$) يكون لهما نفس الرئيسي لأنهما تنتمي إلى نفس المجموعة.

رئيسي مجموعة : Cardinal d'un ensemble.

مفهوم رئيسي مجموعة يرتبط بمفهوم التقادير.

مثال :

$\{A; B; C; E; F\}$ مجموعة من المجموعات المتفادرة

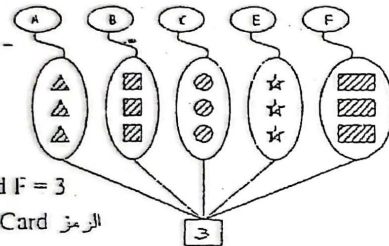
فيما بينها وهي تحدد صنف تكافؤ يسمى رئيسي مجموعة،

ويمثل هذا الرئيسي إما بكتلة رئيسي A أو رئيسي B أو

رئيسي C أو رئيسي E أو رئيسي F . حيث

$\text{Card } A = \text{Card } B = \text{Card } C = \text{Card } E = \text{Card } F = 3$

الرمز Card يعني رئيسي.



خصائص علاقة التقادير :

علاقة التقادير المعرفة في مجموعة المجموعات $P(E)$ ($E \neq \emptyset$) تملك الخصائص التالية :

• **الإلحاقية :**

لكل مجموعة A من $P(E)$: $\text{Card } A = \text{Card } A$

وهذا يعني إمكانية وجود تطبيق تقابلي من المجموعة A نحو نفسها.

• **التماثلية :**

لكل A و B مجموعتين من $P(E)$: إذا كان $\text{Card } A = \text{Card } B$ فإن $\text{Card } B = \text{Card } A$

وهذا يعني أنه إذا كان يوجد تطبيق تقابلي f من المجموعة A نحو المجموعة B فإنه يوجد

تطبيق تقابلي f^{-1} من المجموعة B نحو المجموعة A وهو تطبيق عكسي للتطبيق f .

• **التعددية :**

لكل المجموعات A و B و C من $P(E)$: إذا كان $\text{Card } A = \text{Card } B$ و $\text{Card } B = \text{Card } C$ فإن $\text{Card } A = \text{Card } C$

وهذا يعني أنه إذا كان يوجد تطبيق تقابلي f من المجموعة A نحو المجموعة B ويوجد

تطبيق تقابلي g من المجموعة B نحو المجموعة C ، فإنه يوجد تطبيق تقابلي من المجموعة A نحو

المجموعة C يرمز له بالرمز $g \circ f$ وهو مركب التطبيقين f و g ، حيث :

$$g \circ f(x) = g(f(x)) \text{ مع } x \in A \text{ و } f(x) \in B \text{ و } g(f(x)) \in C$$

إذن علاقة التقادير المعرفة في المجموعة $P(E)$ علاقة تكافؤ وبالتالي يمكن تجزئة المجموعة

$P(E)$ إلى أجزاء (صنوف) كل جزء يحدد عددا رئيسيا لمجموعة منتهية أو مجموعة غير منتهية

بناء مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية.

• تمهيد.

لم يكن الإنسان الأول يعرف عن الأعداد الشيء الكثير، فقد كانت المعرفة ما قبل العددية لدى العوائل القديمة تنف عند حدود اثنين أو ثلاثة ثم كثير عند العد في مواجعة الحياة اليومية للأشخاص والممتلكات كرووس الماشية وغيرها، فكان الفرد منهم مثلا عند تجميع قطيعه من الماشية في المساء يدعيها واحدة واحدة وفي كل مرة يضع علامة أو حفرة على قضيب، حيث في المرات القادمة يكفي إخراج أو إدخال ماشيته أن ينقل أصبعه من حفرة لأخرى على نفس القضيب ثم الانتقال إلى القضيب الثاني وهكذا. وتشير الحفرات إلى أن هذه الطريقة قد استخدمت منذ أكثر من 30000 سنة.

لقد حاول الإنسان بهذه الطريقة أن يحقق بكيفية ضمنية تقابلا بين مجموعة رؤوس الماشية ومجموعة القضبان، واهتدى أيضا إلى وضع تقابلات أخرى بين نفس هذه القضبان ومجموعات أخرى (ممتلكات أخرى)، وهذا المعنى أصبحت هذه المجموعات تملك خاصية مشتركة مستقلة عن طبيعة عناصرها، فالقضيب الذي به ثمانية حفر مثلا يمثل كل المجموعات (الممتلكات) التي يربطها تقابل مع هذا القضيب، إنما بداية البناء التجريدي لمفهوم العدد ثمانية. وتبع هذه الطريقة استعمل الإنسان الأول قضبان متعددة كمرجعيات تمثل الأعداد 0، 1، 2، 3، ... كان يحفظها ويحملها معه ليستخدمها في عمليات العد المختلفة.

• بناء المجموعة N

منذ لماية القرن التاسع عشر، وبداية القرن العشرين تمكن الرياضيون من بناء نظرية المجموعات التي ساعدت على البناء الأكسيومي لمجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية. واعتمد هذا البناء منطلقين اثنين :

- الأول من خلال "علاقة التقادير" بين المجموعات. Relation d'équipotence.

- الثاني من خلال "موضوعات بيانو Axiomes de Péano"

• علاقة التقادير.

نقول أن مجموعتين متفادرتان إذا كانا قابلتين للتطابق حدا حدا، وهذا يعني وجود تقابل بينهما. والتقادير بين المجموعات هذا المعنى يصبح علاقة تكافؤ لأنها التماثلية والمتعددية، وبالتالي يمكن تعريف أصناف تكافؤ المجموعات، حيث كل صنف من هذه الأصناف يتم تمثيله بعدد رئيسي، وهكذا يكون العدد الرئيسي تمثيل لصنف من كل التجميعات المتفادرة. ومجموعة الأعداد الطبيعية هي إذن مجموعة الرئيسيات المنتهية.

• موضوعات بيانو Péano

موضوعات بيانو تعرف الأعداد الطبيعية كمجموعة أعداد ترتيبية منتهية (Ordinaux finis) حيث العدد الترتيبي للمنته تمثيل لحد من متالية مرتبة له نال أو تابع وحيد بداء من الصفر. وموضوعات بيانو تلخص فيما يلي :

- 0 عدد طبيعي، وليس تابعا لأي عدد طبيعي.

- لكل عدد طبيعي n نال أو تابع وحيد

- إذا كان عدداً طبيعياً لهما نفس التالي أو التابع فإنهما متساويين.

لكل مجموعة X تحقق :

$$0 \in X$$

$$\forall n, n \in X \Rightarrow n+1 \in X \quad \text{فإن } X = N$$

د - العدد الصحيح الطبيعي (*) . Nombre entier naturel

نسمي كل رئيسي منته لمجموعة منتهية عددا صحيحا طبيعيا.

0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و أعداد صحيحة طبيعية.

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية نرسم لها بالرمز IN ، حيث

$$IN = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots\}$$

المجموعة IN مجموعة غير منتهية لأنها تقادر أجد أجزائها الحقيقية.

تعريف

المجموعة IN لها أصغر عنصر هو 0 وليس لها أكبر عنصر.

للمجموعة IN أجزاء منتهية وأجزاء غير منتهية.

كل جزء منته لـ IN غير فارغ، له أصغر عنصر وأكبر عنصر.

لكل x عنصر من IN موال (موال 3 هو 4) (*) .

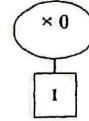
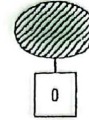
لكل x عنصر من IN سابق، ما عدا العنصر 0 (سابق 4 هو 3) (*).

مبرهنة التراجع : إذا كان $x \in IN$ فإن $(x+1) \in IN$ (*).

موضوعات

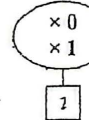
ج - رئيسيات المجموعات المنتهية . Les cardinaux d'un ensemble fini

- نضع $0 = \text{Card } \Phi$ (*) ونقرأ " صفر يساوي رئيسي المجموعة الفارغة Φ " حيث 0 يعني عدد عناصر Φ .



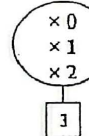
- كل المجموعات الأحادية متعادلة فيما بينها، نسمي 1 " واحد " الرئيسي المنته لهذه المجموعات،

ونضع : $1 = \text{Card } \{0\}$ حيث 1 يعني عدد عناصر $\{0\}$.



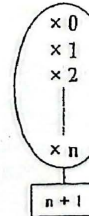
- كل المجموعات الثنائية متعادلة فيما بينها، نسمي 2 " اثنان " الرئيسي المنته لهذه المجموعات،

ونضع : $2 = \text{Card } \{0; 1\}$ حيث 2 يعني عدد عناصر $\{0; 1\}$



- كل المجموعات الثلاثية متعادلة فيما بينها، نسمي 3 " ثلاثة " الرئيسي المنته لهذه المجموعات،

ونضع : $3 = \text{Card } \{0; 1; 2\}$ حيث 3 يعني عدد عناصر $\{0; 1; 2\}$.



- كل المجموعات التي تتكون من $n+1$ عنصرا، متعادلة فيما بينها، نسمي " $n+1$ " رئيسها المنته،

ونضع : $n+1 = \text{Card } \{0; 1; 2; \dots; n\}$ ، حيث $n+1$ يعني عدد عناصر $\{0; 1; 2; \dots; n\}$

(*) الأعداد الطبيعية اكتشفت قبل أن تشمل في الرياضيات، وقد أتت بواسطة عمليات مستقلة من تقديرة اليومية، الا ان اثنين قول أن يستعملها - كاتون " تكاليف العدد الترتيبي الألف. (*) تسمى مبادي بيانو Piano.

(**) المهندس من اختراع الهنود حيث استعمله العالم الرياضياتي " بنفالا " حوالي سنة 200 ق.م.

العدد Numération

تعريف 1 العدد هو مجموعة القواعد والرموز التي تسمح بتمثيل ونطق، وكتابة كل عدد صحيح طبيعي.

تعريف 2 العدد الشفوي هو مجموعة القواعد التي تسمح بنطق (تلفظ) كل عدد صحيح طبيعي باستخدام الكلمات.

تعريف 3 العدد الكتابي هو مجموعة القواعد التي تسمح بكتابة كل عدد صحيح طبيعي برموز.

تعريف 4 موضوع نظمة العدد هو ابتكار مجموعة منتهية من الرموز والقواعد التي تلزم لكتابة كل عدد طبيعي.

نتيجة 1 لكل عدد طبيعي أشكال مختلفة للتمثيل والتعبير تختلف باختلاف نظمات العدد. وفي نفس النظمة.

نتيجة 2 العدد نوعان : العدد الفيزي وضعي والعدد بالوضع.

بناء نظمات العدد.

مجموعة الأعداد الطبيعية مجموعة غير منتهية وتكون من عناصر تسمى أعدادا، والعدد الطبيعي مفهوم رياضي له أشكال مختلفة لتمثيله والتعبير عنه، وبما أن المجموعة N غير منتهية فإنه ليس من الممكن عمليا تخصيص رمز لكتابة كل عنصر من عناصرها، لذلك كانت الإشكالية التاريخية هي البحث عن نظمة للعدد تراعي أمرين

- اختيار عدد محدود من الرموز (أرقام - كلمات...).
- قواعد تنظم وتحكم هذه الرموز

وهذا يتطلب :

- عدم الخلط في التمييز، حيث لكل عدد اسم ورمز خاص به.
- تسهيل المقارنة بين الأعداد التي تم تعيينها والتعرف عليها.
- تسهيل العمليات الحسابية والتفنيات الإجرائية.

وكنماذج لنظمات العدد نجد :

نظمة العدد غير الوضعي :

قيمة العدد في هذه النظمة غير مرتبط بوضع الرموز التي يكتب بها، فقط يلزم القيام بجمعها حسب قيمتها. مثال 1 :

نعتبر العدد 2346

كتابته المحدودة هي : $6 + (4 \cdot 10) + (3 \cdot 10^2) + (2 \cdot 10^3)$ وهذا العدد يكتب في نظمة عد جمعي :

11111 10 10 100 100 100 1000 1000

وفي نظمة العد المصري المبروغليفي يكتب : 999nnnnlllllllll++

وفي العدد الروماني يكتب : MMCCC XL VI

نظمة العدد الوضعي.

لكتابة عدد نستعمل عددا محدودا من الرموز (الأرقام) في ترتيب معين، فموضع الرقم وموقعه في الكتابة هو المحدد لقوة الأساس الذي هو عدد الرموز (الأرقام) المستعملة في كتابة العدد. وكمثال لذلك نستعمل في نظمة العدد العشري الأرقام العربية العشرة (0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9) لكتابة أي عدد مهما كان كبيرا شريطة التقيد بقواعد نظمة العدد بالوضع (مثلا العدد 123 ليس هو العدد 321)

قواعد نظمة العدد بالوضع.

- أساس نظمة العدد : هو عدد الرموز المستعملة في التعبير عن عدد، والأساس يشير إلى الطريقة التي يتم بها تجميع أو مبادلة الأشياء.
- قاعدة التجميع المتتالي.

مثلا في النظمة العشرية تتبع المراحل التالية :

- تجميع الوحدات في تجميعات من عشرة للوصول إلى الرتبة الأولى (رتبة العشرات).
- تجميع العشرات في تجميعات من عشرة للوصول إلى الرتبة الثانية (رتبة آلاف).
- تجميع المئات في تجميعات من عشرة للوصول إلى الرتبة الثالثة (رتبة الآلاف)....

قاعدة الوضع.

تقتضي ترتيب مختلف التصنيفات المنحزة تبعا لمختلف قوى الأساس بدءا من اليمين إلى اليسار.

مثال : في العدد 342

2 يمثل الوحدات أي الرتبة صفر أو $10^0 - 1$

4 يمثل العشرات أي الرتبة الأولى أو $10^1 - 10$

3 يمثل المئات أي الرتبة الثانية أو $10^2 - 100$

فنكتب : $2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^2$ فكون الكتابة المختصرة في نظمة العدد العشري بالوضع هي 342

دور الصفر في النظمة العشرية :

يشير الصفر في الكتابة 3025 إلى غياب تجميعات من الرتبة الثانية (غياب المئات).

والجدول التالي يلخص مميزات هاتين النظميتين

بعض المميزات	
نظمة العدد الوضعي	نظمة العدد غير الوضعي (الجمعي)
- تستخدم عددا محدودا من الرموز	- لا تخضع لقاعدة الوضع
- أساسها هو عدد الرموز المستعملة لكتابة عدد	- تعتمد التجميع (جمع قيم الرموز)
- تعتمد قاعدتي الوضع والتجميع المتتالي	- تستخدم عددا كبيرا من الرموز
- أمثلة : النظمة العشرية، النظمة الإثنائية	- أمثلة : العدد المصري القديم (المبروغليفي)

مفهوم العدد الطبيعي

1 - مقدمة

من بين الأهداف الأساسية لتدريس الرياضيات بالمدرسة الأولية و الابتدائية ، جعل الأطفال يتمرسون بمفهوم العدد الطبيعي ، ذلك أنهم قبل ولوجهم إليها ، وإن كانت لهم اهتمامات عديدة تتجلى في ترديدهم للأعداد في شكل عدية لفظية : (واحد، إثنان، ثلاثة...) فأنهم لا يدركون العدد (4 مثلا) إلا باستعمال تلك العدية (انطلاقا من 1 إلى 4)، و لا يمكنهم تحديد عدد عناصر مجموعة ما، إلا بتوظيف العدية في تعداد تلك العناصر، حيث يشيرون مثلا إلى عنصر و يقولون واحد، ثم آخر ويقولون إثنان ثم ثالث،... و هكذا. وفي هذه الحالة ولاحظ خلط بين الترتيب و التعداد، وهذا ما يثبت أن الأطفال ليست لهم تلك النظرة الشمولية ، المميزة لعدد ما، لكونه مفهوما رياضياتيا مستقلا عن الأشياء التي نعدّها، وعن طبيعتها...

2 مفهوم العدد الطبيعي

يعتبر العدد الطبيعي المفهوم الأكثر أهمية في الرياضيات المدرسة بالمدرسة الأولية و/ أو الابتدائية، فالعدد الطبيعي ليس مفهوما أوليا، لكونه يستند على مفاهيم و علاقات أخرى من بينها : التصنيف، الترتيب، المجموعات، التواصل حدا بحد (التناظر)، علاقة التقار،...

إن التواصل حدا بحد يحدد علاقتين : علاقة التقار (التي يعبر عنها عمليا بـ "بقدر") و عدم التقار (التي يعبر عنها بـ "أكثر من" أو "أقل من")

فمفهوم العدد الطبيعي يستند على علاقة التقار، ذلك أنه مرتبط بفكرة تصنيف جميع المجموعات المتقادرة، و المسماة رياضياتيا "صنوف تكافؤ". و التقار بين هذه المجموعات المنتهية ، هو ما يكون مفهوم العدد الطبيعي . فالعدد أربعة مثلا، هو خاصية مشتركة لجميع مجموعات الأشياء، المكونة من أربعة عناصر و هذه الخاصية هي العدد "أربعة". فإدراك الخاصية المشتركة بين المجموعات المتقادرة (أي العدد الطبيعي) يتركز على إمكانية تكوين (تصنيف) مجموعات متقادرة وفق العلاقة "بقدر". و تجدر الإشارة هنا إلى أنه يجب عدم الخلط بين العدد الطبيعي كمفهوم، و أشكال التعبير عنه (أي كتابته بالرموز أو تسميته) فمثلا للعدد "خمسة" كمفهوم (أي صنف تكافؤ)، أشكال مختلفة لتمثيله، إذ يمثل بالكتابة الرومانية بالرمز V ، وبالأرقام العربية بالرمز 5 ، وفي نظمة العد الإثنائي بالرمز : 101 و...

و في هذا الصدد نشير إلى أن الرياضيين ميزوا بين العدد الرئيسي المنتهي (عدد عناصر مجموعة) و العدد الترتيبي المنتهي (الأول، الثاني، الثالث،...) بإنشاء مجموعة الأعداد الطبيعية وفق تصورين إثنين:

< - اعتبار مجموعة الأعداد الطبيعية مجموعة أعداد رئيسية منتهية و يمكن إجمال هذا التصور فيما يلي : إن مفهوم العدد الرئيسي المنتهي، مرتبط بفكرة مفهوم صنوف تكافؤ مجموعات (منتهية)، و هو بهذه الصفة ممثل لجميع المجموعات المتقادرة.

< - اعتبار مجموعة الأعداد الطبيعية مجموعة أعداد ترتيبية منتهية، وهذا التصور هو وصف للمجموعة المعرفة بمبادئ "بيانو" و يمكن إجماله فيما يلي :

إن مفهوم العدد الترتيبي المنتهي، مرتبط أساسا بمفهوم عنصر في متتالية مرتبة ، ينشأ بكيفية تجعل كل عدد ترتيبي له تال واحد فقط ، انطلاقا من الصفر.

من الناحية الرياضية، فإنه لا يوجد خلاف بين التصورين ، ذلك أن ما يهم الرياضياتي بالدرجة الأولى هو وجود مجموعة أعداد طبيعية تملك خاصيات معرفة، و التي يمكن أن تجرى عليها علاقة الترتيب و عمليات حسابية (جمع، طرح،...)

أما من الناحية البيداغوجية فإن كل واحد من التصورين تولدت عنه طريقة بيداغوجية معينة في تقديم الأعداد للأطفال.

- فالتصور الأول تركز طريقته أساسا على الأشياء ، و المجموعات، والرئيسيات المنتهية، وأخيرا العدد، و منذ البداية لا وجود لعلاقة الترتيب

- أما التصور الثاني فيعطي طريقة تقديم تركز على علاقة الترتيب بين الأعداد، إذ يبنى كل عدد انطلاقا من سابقه وحتى وإن وجدت أشياء فإنها توجد فقط من أجل التوضيح.

منهجية تقديم الأعداد الصحيحة الطبيعية:

(1) مقدمة:

يعتبر العمل بالأعداد الطبيعية كتابة وتسمية ومقارنة وترتيبها من بين الكفايات الأساسية المراد إلمامها لدى التلاميذ خلال سنوات التمدرس بالمدرسة الابتدائية. لذا يهتم على الخصوص العمل على إرساء هذه الموارد من خلال التركيز على المكتسبات السابقة للمتعلمين والتذكير بها وتعميق وتوسيع مجالات استعمالها.

يتم بناء العدد الطبيعي بالسنة الأولى ابتداءً من احتكاك التلاميذ وتعاملهم مع مجموعة من الوضعيات العملية والمجردة والتي تعطي المعنى والمنطق الحقيقي لمفهوم العدد الطبيعي، وهذه الوضعيات تمكن المتعلمين من اكتشاف الخاصيات والتمثيلات الرمزية لهذه الأعداد بالإضافة إلى العلاقات التي يمكن إيجازها.

ويبنى مفهوم العدد الطبيعي بصلية توثيق بين مفهومين:

- المظهر الرمزي للعدد باعتباره عدد عناصر مجموعة منتهية.
 - المظهر الترتيبي للعدد باعتباره عضواً من متتالية.
- و يتطلب هذا التوليف إعطاء أهمية للأنشطة ما قبل العددية والتي تخص الفرز والتصنيف والمجموعات والعلاقات بينها، والتواصل حداً بعد، بالإضافة إلى أنشطة التجميع والمبادلات بعشرة ومن ثمة مبدئ الوضع.
- (انظر الأنشطة المقترحة في كراسة التلميذ بالسنة الأولى).

(2) تقديم الأعداد:

يتم تقديم الأعداد الأصغر من عشرة اعتماداً على المكتسبات السابقة للأطفال ومن خلال أنشطة للمقارنة بين مجموعتين حيث يوظف المتعلم التعبيرات "أكثر من" أو "أقل من" في حالة عدم تكافؤ المجموعتين، أو "يقدر" في حالة تقادما، ثم تكوين "أصناف" معينة من المجموعات "المتفجرة" لتلطي لها أسماء جديدة (أعداد) ورموز معينة (أرقام) مثل: 1، 2، 3، 4، 5، ... وهكذا يعمل المدرس على تمكين المتعلمين من التعرف على الأعداد من 0 إلى 9 قراءة وكتابة بالأرقام (ثم بالحروف) ومقارنة وترتيبها، وتعداد عناصر مجموعة ما ثم تحديد عدد عناصرها.

(انظر الأنشطة المقترحة في كراسات التلاميذ)

أما فيما يتعلق بتقديم الأعداد من عشرة فما فوق فإن الأمر يتعلق أساساً بجعل المتعلمين يمتثلون بقواعد نظمة العد العشري بالوضع وتعودهم عليها، الشيء الذي سيمنحهم فيما بعد من التقلب على مشاكل كتابة وقراءة ومقارنة وترتيب الأعداد في النظمة العشرية.

(انظر الأنشطة المقترحة في كراسات التلاميذ)

ولتتمكن المتعلمين من تنمية وتطوير كفاياتهم في مجال الأعداد يهتم على الأستاذ بمقارنتها للتلاميذ على عدة مستويات:

(أ) مستوى التمثيل:

- ينبغي توثيق أشياء مسمومة ومتوعة (حصى، حبات الفول، أقلام، أقراص، بطاقات الأعداد، خشبيات، ...)
- واستخدام أدوات ديناميكية مناسبة وتمثيلات متنوعة أهمها:
- المربعات والنقائص والصلصاج باعتبارها تمثيلاً يعتمد مبدأ التجميع المتتالي بعشرة ومبدأ المبادلة والوضع.
- المحاسب ذو الميزان الذي يعتمد مبدأ المبادلة والوضع.
- المحاسب اللغوي كوسيلة عد وضعية تعتمد المبادلة (مبادلة عشر نقط بنقطة ولكن في موقع مغاير).
- جدول العد العشري كوسيلة عد وضعية حيث يتعرف المتعلم على:

- فصل الوحدات البسيطة الذي يشتمل على ثلاث رتب (منازل) وهي رتبة الأحاد ورتبة العشرات (في السنة الأولى) ورتبة المئات (في السنة الثانية).
- فصل الآلاف ورتبة (في السنة الرابعة) إلى جانب فصل الوحدات البسيطة.
- فصل الملايين والملايين (في السنتي الخامسة والسادسة) إلى جانب الفصلين سابقين الذكر.

• العداد: باعتباره وسيلة عد وضعية وسريعة تفهم آلية الانتقال من رتبة إلى أخرى.

إن دور هذه الوسائل يتمثل في تمكين المتعلمين من بلوغ مستوى من التجريد تدريجياً بواسطة التمثيلات الذهنية، ذلك أن هذه التمثيلات من شأنها أن تسهل على التلميذ استعمال الأعداد بشكل فعال.

(يمكن الاطلاع على نماذج من هذه الوسائل بقاعة المعيلات الديداكتيكية لمادة الرياضيات بالمركز)

(ب) مستوى القراءة والكتابة:

موازاة مع تقديم الأعداد يتعرف المتعلم على كيفية قراءتها (العد الشفوي) وكتابتها بالأرقام (كتابة اعتيادية، كتابة جمعية، كتابة مختلفة) وكتابتها بالحروف وكذا الانتقال من إحدى هذه الكتابات إلى أخرى (العد الكتابي). كل هذا للتوحيق في الكتابات والقراءة يمكن التلاميذ من فهم النطق للأعداد المدروسة وللقمة العدد بالوضع.

(ج) مستوى المقارنة والترتيب:

موازاة مع تقديم الأعداد الطبيعية يتم مقارنتها وترتيبها بدون استعمال الرموز ثم باستعمالها (< أو > أو =) أو باستخدام المستقيم المدرج أو شريط الأعداد وذلك انطلاقاً من أنشطة تعتمد أساساً على مقارنة الأعداد وهي:

- مكتوبة بالأرقام كتابة اعتيادية وذلك بفرض توثيق مختلف قواعد المقارنة وكتابتها مثل: 369 < 368 ، 1010 < 1001 ، 23 < 32 ، 9 < 6 ، ...
- مكتوبة بالحروف رغم الصعوبات التي قد تصاحبها، ثم الانتقال من مقارنة الأعداد وهي مكتوبة بالأرقام إلى مقارنتها وهي مكتوبة بالحروف أو العكس
- أما الترتيب فيشمل أنشطة حصص عدد معينين متتابعين أو غير متتابعين ويمد هذا الحصر إلى تحديد موضعه على سلسلة عددية ممثلة على شريط عددي أو مستقيم مدرج أو ترتيب أعداد غير مرتبة. (انظر الأنشطة المقترحة في كراسات التلاميذ)
- كل هذه الأنشطة تمكن المتعلم من تعرف الأعداد الطبيعية في مظهرها الترتيبي الذي يتكامل مع المظهر الكمي (الرمزي) الذي كانت المربعات والنقائص والصلصاج و... الوسيلة الأساسية في إبراره.

(د) مستوى التوظيف:

إن إتمام وتطوير الكفايات العددية لدى المتعلمين لا ينبغي أن يكون مجرد تراكم لمعارف مجردة عن أي استعمال، فالأعداد لا تأخذ معناها إلا من خلال توظيفها وإدماجها في مسائل يفترض حلها.

3 - بعض الصعوبات المحتملة وكيفية معالجتها

تتجلى جل الصعوبات المرافقة لتقديم الأعداد الطبيعية بالمدرسة الابتدائية (ولاسيما في المستويات الصغرى) فيما يلي:

- ✓ صعوبة في كتابة الأرقام: (مرتبطة بتنظيم الفضاء - بمهارات حركية ...)
- ✓ مثال: كتابة: عوض: 3 أو كتابة 4 عوض: 7 وهكذا ...
- ✓ الخلط بين الرقمين 6 و 9 وقراءة وكتابة (نظراً لتشابههما في الكتابة بالأرقام).
- ✓ صعوبة الوضع:
- ✓ مثال: - كتابة ثلاثة عشر كالتالي 31 عوض 13.
- ✓ كتابة مئة وخمسة كالتالي 1005 عوض 105.
- ✓ قراءة 23 كالتالي: اثنان وثلاثون عوض ثلاثة وعشرون...

- ✓ صعوبة كتابة الأعداد بالحروف...
- ✓ صعوبة مقارنة الأعداد وهي مكتوبة بالحروف:
- ✓ مثال: مئة "أصغر من" خمسة وستين (مقارنة الحيز الذي تحتته كتابة العدد بالحروف). عوض مئة "أكبر من" خمسة وستين.

- ✓ صعوبة الانتقال من مقارنة الأعداد وهي مكتوبة بالحروف إلى مقارنتها وهي مكتوبة بالأرقام:

مثال: أربعة وثلاثون أصغر من واحد وسبعين
34 < 71 عوض 34 < 71

- ✓ الخلط بين الرمز < و > عند المقارنة والترتيب.
- ✓ مثال: يكتب 5 > 3 و يقرأ ثلاثة "أصغر من" خمسة (أو العكس).
- ✓ صعوبة الانتقال من العد الشفوي (بالحروف) إلى العد الكتابي (بالأرقام) (و العكس).
- ✓ مثال: - كتابة العدد ثلاث مئة وخمسة وستين على الشكل التالي: 356 عوض 365.
- ✓ قراءة العدد 147 على الشكل التالي: مئة وأربعة وسبعون عوض مئة وسبعة وأربعين.
- ✓ الخلط بين رقم الأحاد و عدد الوحدات في عدد.
- ✓ الخلط بين رقم العشرات و عدد العشرات في عدد.
- ✓ الخلط بين رقم المئات و عدد المئات في عدد...

عند الوطوف على مثل هذه الأخطاء الشائعة لدى المتعلمين ومواجهة مثل هذه الصعوبات يتحتم على المدرس إعطاؤها أهمية قصوى وذلك برصدها والتعرف على مصادرها وأسباب ارتكابها من طرف التلميذ بغية تقديم علاج مناسب لها.

تتم هذه المعالجة من خلال إنجاز أنشطة مختارة ومتوعة واستخدام وسائل ديديكتيكية مناسبة يراها الأستاذ ضرورية لتجاوز مختلف الصعوبات وذلك خلال حصص الدرس و حصص الدعم الأسبوعي وكذا خلال أسبوعي الإمتاح.

4- تدبير نماذج من وضعيات ديديكتيكية أو أنشطة مقترحة في كراسات التلاميذ تخص مجال الأعداد الطبيعية:

من خلال:

- تكليف مجموعات من الطلبة بإعداد وتبويب وضعيات وأنشطة معينة.
- مع مراعاة المكونات التالية: عنوان الدرس، الكفاية المستهدفة، الهدف أو الأهداف المتوخاة، المكتسبات السابقة، الاستعدادات، طريقة العمل وتقنيات التنشيط، الوسائل الديداكتيكية المعتمدة، التكوين والدعم، الصعوبات وسبل معالجتها.
- يفتح نقاش موسع في الموضوع مع التركيز على التخطيط للجائز ولتقويتها وتعلية التعبير البيداغوجي والديداكتيكي للوضعيات ولضرورة بناء المفاهيم
- (انظر الوضعيات و/أو الأنشطة المقترحة من طرف الطلبة)

القدرات و المهارات المستهدفة المرتبطة بالأعداد الطبيعية ملخصة في الجدول التالي:

المستوى الأول	المستوى الثاني	المستوى الثالث	المستوى الرابع	المستوى الخامس	المستوى السادس	القدرات المستهدفة
الأعداد من 0 إلى 99	الأعداد من 0 إلى 999	الأعداد من 0 إلى 9999	الأعداد من 0 إلى 999999	الملايين الملايير	الملايين الملايير	- تعرف الأعداد الطبيعية تسمية وكتابة رقمية وحرفية . - مقارنتها وترتيبها بدون رموز ثم باستعمال الرموز (= ، > ، <)
- المربعات والقضبان - المحساب النقطي/ ذو السيقان...جدول العد	- المربعات والقضبان والصفائح - المحساب النقطي/ ذو السيقان...	- المربعات والقضبان والصفائح - المحساب النقطي/ ذو السيقان.العداد	- المربعات والقضبان - المحساب النقطي/ ذو السيقان،العداد	- العداد ،جدول العد	- العداد ،جدول العد	- استعمال وسائل العد لتمثيل الأعداد الطبيعية . - القيام بالتجميعات المتتالية والمبادلات...
- الوحدات - العشرات - المئات - فصل الوحدات البسيطة	- الوحدات - العشرات - المئات - فصل الوحدات البسيطة	رتب فصل الوحدات البسيطة وفصل الآلاف	رتب فصل الوحدات البسيطة وفصل الآلاف	فصول الوحدات البسيطة/الآلاف/ الملايين/الملايير	فصول الوحدات البسيطة/الآلاف/ الملايين/الملايير	- تعرف الرتب و الفصول
بالعشرات والمئات	بالعشرات والمئات	بالعشرات والمئات والآلاف	بالعشرات والمئات والآلاف	بالملايين والملايير	بالملايين والملايير	- العد
الوحدات والعشرات	الوحدات والعشرات والمئات	الوحدات والعشرات و المئات و الآلاف	الوحدات والعشرات و المئات و الآلاف	الوحدات و..... والملايين والملايير	الوحدات و..... والملايين والملايير	- التمييز بين عدد(.....) وأرقامها في عدد معلوم

منهجية تقديم الجمع في نطاق الأعداد الصحيحة الطبيعية

1- المقدمة:

يعتبر الجمع العملية الأولى التي يتعرف عليها التلاميذ، بعد دراستهم للأعداد، ابتداء من السنة الأولى ابتدائي على أن تعداد دراسته خلال السنوات الموالية في حدود الأعداد المدروسة، حيث أن تلك الإعداد تكون مناسبة للتأكد من إدراك التلاميذ لخاصيات الجمع و توظيفها في حساب مجاميع مع إبراز أهمية استعمال الأقواس من خلال إنجاز تلك العمليات، وللتحقق من مدى استيعابهم للتقنية الاعتيادية، و لتوسيع مجالات استخدامها (هندسة - قياس)، ولتوظيفه في حل المسائل وفي الحساب الذهني و لاستثماره في الحياة اليومية...

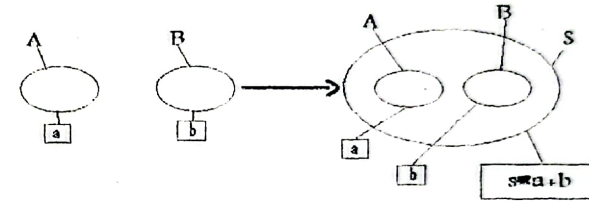
وحيث أن عملية الجمع لها ارتباط وثيق بعملية الطرح و الضرب، فإنه يتعين على المدرس إعطاؤها أهمية بالغة وذلك بالسمي وراء إنشاء وتطوير الكفايات الأساسية لدى المتعلمين و المرتبطة بهذه العملية. (انظر مرجعية الكفايات الأساسية ومراحل تدرجها دليل الإدماج)

2- مجموع عددين صحيحين طبيعيين

إن ما يعطى للأعداد الصحيحة الطبيعية خاصيتها الأساسية هي الإمكانيّة التي تتوفر عليها لجمعها و لإعطاء معنى لهذا الجمع و ذلك من خلال الجانبين:

أ- الجانب اللفظي للعدد:

لمفهوم الجمع ينبغي على تكميم (الكلم) مجموعة محصل عليه بالحداد مجموعتين متبنتين و منفصلتين.



يمكن الحصول على رئيسي المجموعة S بواسطة:

- ضم المجموعتين ثم بعد ذلك القيام بتعداد جميع عناصر S:

حيث للحصول على عدد عناصر S نلجأ للطفل من جديد إلى تعداد جميع عناصر S: $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ إلى أن يصل إلى العدد S. وفي هذه الحالة يمكن القول أن الطفل لم يستعمل الجمع.

- الجمع بين a و b بدون ضم المجموعتين وبكون القيام بتعداد جديد:

حيث للحصول على عدد عناصر S ينطلق من عدد عناصر A (مثلا) و يتابع التعداد: $a+1, a+2, a+3, a+4, \dots, a+b$. للدلالة على عدد عناصر B. ففي هذه الحالة فقط يكون الطفل قد أعطى الجمع معناه الحقيقي.

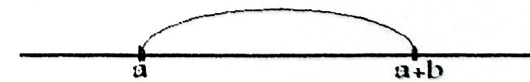
" غرس فلاح 35 شجرة زيتون في حقل بعيد عن منزله و 7 شجرات زيتون أخرى بجانب مسكنه. ما هو عدد أشجار الزيتون التي غرسها الفلاح؟"

في هذه الحالة لا يمكن للمتعلم ضم جميع أشجار الزيتون ثم القيام بتعدادها للحصول على مجموع الأشجار المغروسة. بل يكتب بالانطلاق من العدد 35 و متتابعة العدد: 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42 للدلالة على الأشجار السبعة الأخرى، و يكون بالفعل قد أعطى الجمع معناه الحقيقي.

$$35 + 7 = 42$$

ب- الجانب الترتيبي للعدد:

إذا كان a و b عددين صحيحين طبيعيين فإن $a+b$ عدد طبيعي يعبر عن الرتبة التي يمكن الوصول إليها بعد b رتب انطلاقا من a، وهنا يبرز



الجانب الترتيبي للعدد و كذلك الوضع في المستقيم الحدي.

لذا يتعين على المدرس التطرق إلى الجانبين معا من خلال الأنشطة المقترحة، حتى يتمكن المتعلمون من الرجوع إلى أحدهما كلما تطلبت المسألة ذلك.

هذه بعض الجوانب الأولية و الأساسية التي على الأستاذ مراعاتها في بناء مفهوم العدد (المجموع).

3- الكتابة الجمعية - خاصيات الجمع

نكمن أهمية الكتابات الجمعية في كونها تعبر عن أعداد، ويفضلها يمكن للأطفال أن يتعرفوا على أعداد أكبر من الأعداد المكتسبة لديهم.

أدراج الرموز (+) و (-)

انطلاقا من وضعيات ومناولات يتم في السنة الأولى:

إدراج الرمز (+) للتعبير عن كتابات جمعية بهدف استثمار وتوظيف الأعداد المدروسة للتعبير عن أعداد أخرى (قد تكون غير مدروسة).

إدراج الرمز (-) بهدف تقديم مفهوم التساوي من خلال:

• التعبير عن نفس العدد بواسطة كتابتين جمعيتين مختلفتين (أو كتابات جمعية) مثال: $8+8 = 9+7$

• تفكيك الأعداد مثال: $5 = 5+0 = 4+1 = 3+2 = 2+3 = 1+4 = 0+5$

و هذا العمل يسمح بتعرف خاصية التبادلية وخاصية الصلور في عملية الجمع.

مقارنة كتابتين جمعيتين

• حيث يتمكن المتعلم من اكتساب تقنيات تسهل المقارنة مستخدما الرموز المناسبة (< أو > أو =).
مثال: $2 + 9 < 3 + 9$ ، $3 + 5 = 5 + 2 + 1$ ، $7 + 4 > 5 + 3$ ، $100 + 7 + 20 < 172$...

اختصار الكتابة الجمعية.

• يتم الانتقال من الكتابة الجمعية إلى الكتابة الاعتيادية عن طريق الاختصار باستعمال تقنيات خاصة أو بالتركيز على العدد 10 الذي يلعب دورا أساسيا في نظمة العد العشرية.
فالعدد 45 (مثلا) هو أربع عشرات و خمس وحدات. $(45=40+5)$

• اختصار الكتابة الجمعية يتم:

- في الصغر: مثال: $10=3+7$ ، $10+20=30$ ، $23=10+13$ ، $8+7=15$...

تتيح الوضعيات المقترحة فرص التمكن من جدول الجمع و من حفظه تدريجيا عن ظهر قلب باعتباره أولوية تتيح للمتعلمين إمكانية حساب مجاميع و إجراء عملية الجمع دون ارتكاب أخطاء.

- باستخدام شجرة الحساب (كوسيلة ديداكتيكية لتسهيل هذا الاختصار) و هذا العمل يتيح دراسة خاصية التجميعية للجمع حيث يتم استدرج التلاميذ إلى استبدال شجرة الحساب بالأقواس.

مثال: حساب المجموع: $8+11+9$

$$\begin{array}{l} 8 + (11 + 9) \longleftrightarrow 8 + 11 + 9 \\ 8 + 20 \longleftrightarrow 8 + 20 \\ 28 \longleftrightarrow 28 \end{array}$$

أو

$$\begin{array}{l} (8 + 11) + 9 \longleftrightarrow 8 + 11 + 9 \\ 19 + 9 \longleftrightarrow 19 + 9 \\ 28 \longleftrightarrow 28 \end{array}$$

يستنتج المتعلم أن:

$$8 + (11 + 9) = (8 + 11) + 9$$

كما يمكن استعمال شجرة الحساب لاختصار كتابات جمعية من حين (أو أكثر) مثل :

الطريقة المعتمدة	استخدام شجرة الحساب	استعمال الأقواس
الإكمال للعشرات الموابلة موففا خاصيات الجمع لتسهيل الحساب.		$28+9+12+11 = (28+12) + (9+11)$ $= 40 + 20$ $= 60$
تفكيك الحد الثاني لتسهيل إكمال الحد الأول للعشرات.		$42 + 36 = 42 + (8 + 28)$ $= (42 + 8) + 28$ $= 50 + 28$ $= 78$
تفكيك الحد الأول لتسهيل إكمال الحد الثاني للعشرات.		$42 + 36 = (38 + 4) + 36$ $= 38 + (4 + 36)$ $= 38 + 40$ $= 78$
تفكيك كل من الحدين إلى عشرات و وحدات ثم جمع الوحدات مع الوحدات والعشرات مع العشرات.		$42 + 36 = (40 + 2) + (30 + 6)$ $= (40 + 30) + (2 + 6)$ $= 70 + 8$ $= 78$

ملحوظة :

- إن استعمال الأقواس لا يمر دون مواجهة صعوبات معرفية و منهجية، لذا يتعين على المدرس الحرص على:
- الربط بين الإجراءات على شجرة الحساب و طريقة استعمال الأقواس موازاة مع عملية اختصار الكتابة الجمعية.
- التخلي تدريجيا عن استخدام شجرة الحساب لفائدة استعمال الأقواس بعد التأكد من استيعاب التلاميذ لطريقة وضع الأقواس.
- إن استخدام شجرة الحساب لاختصار كتابة جمعية يعتبر تمهيدا للتقنية الاعتيادية للجمع حيث تجمع الوحدات مع الوحدات والعشرات مع العشرات و الخ. (انظر الأنشطة المقترحة في كراسات التلاميذ).

4- التقنية الاعتيادية للجمع.

- تعتمد التقنية الاعتيادية للجمع على ثلاث نقط أساسية:

- قواعد العد بالوضع في أنظمة العد العشري.
- جدول الجمع.
- خاصيات الجمع...

- يجب العمل على تقديم التقنية الاعتيادية للجمع من حيث تحليلها و تبريرها و ذلك بالتفكير في مختلف الخطوات البدياعية التي تقود إلى بنائها (استعمال المحاسب، إجراء حسابات خاصة، ...)
- هذا التقديم يتم بشكل تدريجي من الجمع دون احتفاظ إلى الجمع بالاحتفاظ الذي يطرح صعوبات معرفية عند المتعلم.
- وضع عملية الجمع عموديا يتم طبقا لمفهوم العد بالوضع (كتابة الوحدات تحت الوحدات، و العشرات تحت العشرات و المئات تحت المئات ...) مما يسهل إنجازها.

أمثلة:

وضع تقنية الجمع	التمثيل (استعمال المحاسب)	إجراء تقنية الجمع	التقنية الاعتيادية (بالاختصار)
- الجمع بدون احتفاظ - حساب المجموع 23+14		$\begin{array}{r} 23 \\ + 14 \\ \hline 7 \leftarrow (3+4) \\ 30 \leftarrow (20+10) \\ \hline 37 \end{array}$	$\begin{array}{r} 23 \\ + 14 \\ \hline 37 \end{array}$
- الجمع بالاحتفاظ - حساب المجموع 145+87		$\begin{array}{r} 145 \\ + 87 \\ \hline 12 \leftarrow (5+7) \\ 120 \leftarrow (40+80) \\ + 100 \leftarrow (100+0) \\ \hline 232 \end{array}$	$\begin{array}{r} 145 \\ + 87 \\ \hline 232 \end{array}$

✓ ملحوظة:

- عند معالجة تقنية الجمع مع المتعلمين يجب الحرص على:
- البداية بالتمثيل و الانتقال من التمثيل إلى الكتابة، ثم الاختصار على الحساب على الأعداد مع إمكانية العودة إلى التمثيل عندما يواجه التلاميذ صعوبات، خصوصا مع الجمع بالاحتفاظ.
- حث التلاميذ أثناء الإنجاز على ربط ما يقومون به بالتعبير الدالة على ذلك حتى تمكنهم من حفظ مراحل التقنية.
- مراقبة حفظ جدول الجمع، مما يضمن الحصول على نتائج صحيحة أثناء إنجاز التقنية.
- التأكد من كتابة المحتفظ به...

5 - تدبير نماذج من وضعيات ديداكتيكية أو أنشطة مقترحة في كراسات التلاميذ تخص الجمع في نطاق الأعداد الصحيحة الطبيعية:

من خلال:

- تكليف مجموعات من الطلبة بإعداد و تدبير وضعيات و أنشطة معينة.
- مراعاة المكونات التالية : عنوان الدرس ، الكفالية المستهدفة ، الهدف أو الأهداف المتوخاة ، المكتسبات السابقة ، الامتدادات ، طريقة العمل و تقنيات التنشيط ، الوسائل الديداكتيكية المعتمدة ، التقويم و الدعم ، الصعوبات و مبدل معالجتها.
- فتح نقاش موسع في الموضوع مع التركيز على التخطيط للجاذبة و لمكوناتها و لعملية التدبير البدياعية و الديداكتيكية للوضعيات و لضرورة بناء المفاهيم (انظر الوضعيات و/ أو الأنشطة المقترحة من طرف الطلبة)

6 - الصعوبات و الأخطاء الشائعة و سبل معالجتها:

(انظر الدفتر المرافق لمخلص الدرس)

الجمع في مجموعة الأعداد الطبيعية

1- مقدمة

يعتبر الجمع العملية الأولى التي يتعرف عليها التلاميذ، بعد دراسة الأعداد، ابتداءً من السنة الأولى ابتدائي على أن تُقام دراسته خلال السنوات الموالية في حدود الأعداد المدروسة. حيث أن تلك الإعادة مناسبة للتأكد من إدراك التلاميذ لمفاهيم الجمع وتوظيفها في حساب مجاميع مع إبراز أهمية استعمال الأقواس في خلال إنجاز تلك الحسابات، والتحقق من مدى استيعابها للشفافية الاعتيادية، ولتوسيع مجالات استخدامها (هندسة - قياس) ولتوظيفها في حل مسائل، حساب ذهني، واستثماراً في الحياة اليومية...

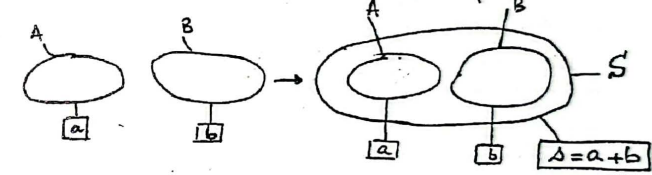
وحيث أن عملية الجمع لها ارتباط وثيق بعملية الطرح والضرب، فإنه ينبغي على المدرس إعطاء أهمية بالغة وذلك بالسعي وراء تنمية وتطوير الكفايات لدى المتعلمين، المرتبطة بهذه العملية، والتي جُددت في المراجع الرسمية (أنظر دليل الأستاذ).

2- جمع عددين طبيعيين

إن ما يُعطى للأعداد الطبيعية خاصيتها الأساسية هي الإمكانية التي تتوفر عليها لجمعها وإعطاء معنى لهذا الجمع، وذلك من خلال الجانبين:

أ- الجانب الرسمي للعدد

فمفهوم الجمع ينبنى على تكيم (الكَم) مجموعة محمل عليها باقائد مجموعتين منتهيتين ومنفصلتين.



يمكن الحصول على رئيسي المجموعة كـ بواسطة:

* ضم المجموعتين ثم بعد ذلك القيام بعد جميع عناصر S:

حيث الحصول على عدد عناصر كـ يلجأ الطفل من جديد إلى عد جميع عناصر كـ: 1، 2، 3، 4، 5، 6، ... إلى أن يصل إلى العدد 6.

وفي هذه الحالة يُمكن القول أن الطفل لم يستعمل الجمع.

* الجمع بين a و b بدون ضم المجموعتين وبدون القيام بعد جميع عناصر K:

حيث الحصول على عدد عناصر كـ ينطلق من a عدد عناصر A (مثلاً) ويتابع العد: a+1، a+2، a+3، a+4، ... إلى أن يُلغى العدد عناصر B.

ففي هذه الحالة فقط يكون الطفل قد أعطى الجمع معناه الحقيقي.

مثال:

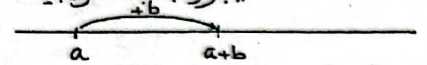
«عُرس فلاح 35 شجرة زيتون في حقل بعيد عن منزله و 7 شجرات زيتون أخرى أمام مسكنه. ما هو عدد أشجار الزيتون التي غرسها الفلاح؟»

- في هذه الحالة لا يمكن ضم جميع أشجار الزيتون ثم القيام بعدّها للحصول على مجموع الأشجار المفروسة.

بل يكفي بالانطلاق من العدد 35 ومناخية العد: 36، 37، 38، 39، 40، 41، 42، ... للدلالة على الأشجار السبعة. وتكون بالفعل أعطينا الجمع معناه الحقيقي: $35 + 7 = 42$

ب- الجانب الترتيبي للعدد

إذا كان a و b عددين صحيحين طبيعيين فإن $a + b$ عدد طبيعي يعبر عن الرتبة التي يمكن الوصول إليها بعدد رتبات انطلاقاً من a. وهنا يبرز الجانب الترتيبي للعدد وكذلك الوضع في التسليم العددي.



لذلك يجب دراسة الجانبين معاً في الأنشطة المقترحة حتى يتمكن المتعلمون من الرجوع إلى أحدهما كلما تطلبت المسألة ذلك.

هذه بعض الجوانب الأولية والأساسية التي على المدرس مراعاتها في بناء مفهوم العدد (الجرى)

3- الكتابة الجمعية - خاصيات الجمع

تكتسب أهمية الكتابات الجمعية في كونها تعبر عن أعداد، وبفضلها يمكن للأطفال أن يتعرفوا على أعداد أكبر من الأعداد المكتسبة لديهم.

أ- إدراج الرمز (=) و (+)

ارتباطاً من و صفات ومساوالت يتم في السنة الأولى:

- إدراج الرمز (+) للتعبير عن كتابات جمعية بهدف استثمار وتوظيف الأعداد المدروسة للتعبير عن أعداد أخرى (قد تكون غير مدروسة).

- إدراج الرمز (=) بهدف تقديم مفهوم التساوي من خلال:

التعبير عن نفس العدد بواسطة كتابتين جمعتين مختلفتين مثل: $7 + 9 = 8 + 8$

تفكيك الأعداد مثل: $5 = 5 + 0 = 4 + 1 = 3 + 2 = 2 + 3 = 1 + 4 = 0 + 5$

وهذا العمل يسمح بتعريف خاصية التبادلية وخاصية الصفر في عملية الجمع.

ب- مقارنة كتابتين جمعتين

حيث يتمكن المتعلم من اقتساب تقنيات تسهيل المقارنة مستخدماً الرموز المناسبة < أو > أو = (أنظر درس الأعداد الجمعية الطبيعية).

ج- اختصار الكتابة الجمعية

يتم الانتقال من الكتابة الجمعية إلى الكتابة الاعتيادية عن طريق الاختصار باستعمال تقنيات خاصة أو بالتركيز على العدد 10 الذي يلعب دوراً أساسياً في أنظمة العد العشري.

فالأعداد 34 مثلاً هو ثلاث عشرات وأربع وحدات. $(34 = 30 + 4)$

اختصار الكتابة الجمعية يتم:

- في السطر: مثل $7 + 3 = 10$ ، $20 + 10 = 30$ ، $13 + 10 = 23$ ، $8 + 6 = 14$ ، ...

نتيج الوصفات المقترحة من التمكن من جدول الجمع ومن حفظه كدرجياً عن ظهر قلب باعتبارها أو كويك تتيح للمتعلين إمكانية حساب مجاميع وإجراء عملية الجمع دون ارتكاب أخطاء.

- باستخدام شجرة الحساب (كوسيلة ديدالية لتسهيل هذا الاختصار وهذا العمل يُلغى دراسة الخاصية الجمعية للجمع حيث يتم استبدال الشجرة بالأقواس.

4 - التقنية الاعتيادية للجمع

- * تعتمد التقنية الاعتيادية للجمع على ثلاث نقاط أساسية:
- قواعد العد بالوضع في دائرة العدد العشري.
- جدول الجمع.
- خصائص الجمع.

* يجب العمل على تقديم التقنية الاعتيادية للجمع من حيث تحليلها وتبسيطها وذلك بالتفكير في مختلف الخطوات البديعة التي تقود إلى بناءها. هذا التقديم يتم بشكل تدريجي من الجمع دون احتفاظ بالجمع بالاحتفاظ الذي يشرح صعوبات عند المتعلم.

* وضع عملية الجمع عودياً يتم طبقاً لمفهوم العد بالوضع (كتابة الوحدات تحت الوحدات والعشرات تحت العشرات والمئات تحت المئات ...) مما يسهل إنجازها.

التمثيل (استعمال الحساب)	إجازة تقنية الجمع	التمثيل (استعمال الحساب)	وضع تقنية الجمع	أمثلة
	$\begin{array}{r} 23 \\ + 14 \\ \hline 37 \end{array}$	$\begin{array}{r} 23 \\ + 14 \\ \hline 7 \leftarrow (3+4) \\ 30 \leftarrow (20+10) \\ \hline 37 \end{array}$	$\begin{array}{r} 23 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$	* الجمع بدون احتفاظ - حساب المجموع $23 + 14$
	$\begin{array}{r} 145 \\ + 87 \\ \hline 232 \end{array}$	$\begin{array}{r} 145 \\ + 87 \\ \hline 12 \leftarrow (5+7) \\ 120 \leftarrow (40+80) \\ 100 \leftarrow (100+0) \\ \hline 232 \end{array}$	$\begin{array}{r} 145 \\ + 87 \\ \hline \end{array}$	* الجمع بالاحتفاظ - حساب المجموع $145 + 87$

ملحوظة:

- عند معالجة تقنية الجمع مع المتعلمين يجب الحرص على:
- البدء بالتمثيل والانتقال إلى التمثيل إلى الكتابة، ثم الاقتصار على الحساب على الأعداد مع إمكانية العودة إلى التمثيل عند مواجهة صعوبات خصوصاً مع الاحتفاظ.
- حث التلاميذ أثناء الإجازة على ربط ما يقومون به بالتعابير الدالة على ذلك حتى يتمكن من حفظ مراحل التقنية.
- مراقبة حفظ جدول الجمع مما يضمن الحصول على نتائج صحيحة أثناء إجازة التقنية.
- التأكد من كتابة الحفظ به ...

5 - تدارس بعض الأنشطة المقترحة في كراسات التلاميذ تخص الجمع على الأعداد الطبيعية (أنظر الأنشطة المقترحة)

6 - تحليل لبعض الأخطاء الشائعة (التنقيص، المحذور، تسهيل المعالجة...) (أنظر الدفتر)

مثال: حساب المجموع $8 + 11 + 9$ أو $8 + (11 + 9)$

$(8 + 11) + 9 \leftrightarrow 8 + 11 + 9$
 $19 + 9 \leftrightarrow 19 + 9$
 $28 \leftrightarrow 28$

$8 + (11 + 9) \leftrightarrow 8 + 11 + 9$
 $8 + 20 \leftrightarrow 8 + 20$
 $28 \leftrightarrow 28$

يستنتج المتعلم أن $(8 + 11) + 9 = 8 + (11 + 9)$

كما يمكن استعمال الشجرة باختصار كتابات شجيرة من حدين مثل:

الطريقة المعتادة	استخدام شجرة الحساب	استعمال الأقواس
الاحتمال للعشرات والمئات موزعة خاصيات الجمع لتسهيل الحساب.	$\begin{array}{c} 28 + 9 + 12 + 11 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 40 + 20 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 60 \end{array}$	$\begin{aligned} 28 + 9 + 12 + 11 &= (28 + 12) + (9 + 11) \\ &= 40 + 20 \\ &= 60 \end{aligned}$
* تفكيك الحد الثاني لتسهيل احتمال الحد الأول للعشرات	$\begin{array}{c} 42 + 36 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 42 + 8 + 28 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 50 + 28 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 78 \end{array}$	$\begin{aligned} 42 + 36 &= 42 + (8 + 28) \\ &= (42 + 8) + 28 \\ &= 50 + 28 \\ &= 78 \end{aligned}$
* تفكيك الحد الأول لتسهيل احتمال الحد الثاني للعشرات	$\begin{array}{c} 42 + 36 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 38 + 4 + 36 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 38 + 40 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 78 \end{array}$	$\begin{aligned} 42 + 36 &= (38 + 4) + 36 \\ &= 38 + (4 + 36) \\ &= 38 + 40 \\ &= 78 \end{aligned}$
* تفكيك كل من الحدين إلى عشرات و وحدات ثم جمع الوحدات مع الوحدات والعشرات مع العشرات	$\begin{array}{c} 42 + 36 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 40 + 2 + 30 + 6 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 70 + 8 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 78 \end{array}$	$\begin{aligned} 42 + 36 &= (40 + 2) + (30 + 6) \\ &= (40 + 30) + (2 + 6) \\ &= 70 + 8 \\ &= 78 \end{aligned}$

ملحوظة:

- * إن استعمال الأقواس لا يبرر دون مواجهة صعوبات معرفية ومنهجية.
- لذا يجب الحرص على:
- الربط بين العمليات التي تجرى على شجرة الحساب وطريقة استعمال الأقواس.
- موازنة مع القيام باختيار الكتابة الجمعية.
- التأجيل تدريجياً عن استخدام الشجرة لفائدة استعمال الأقواس بعد التأكد من استيعاب التلاميذ لطريقة وضع الأقواس.
- * إن استخدام شجرة الحساب لا يقتصر كتابة جمعة يعتبر تمهيداً للتقنية الاعتيادية للجمع حيث تجمع الوحدات مع الوحدات والعشرات مع العشرات و... الخ. (أنظر الأنشطة المقترحة في كراسة التلميذ).

منهجية تقديم الطرح في نطاق الأعداد الصحيحة الطبيعية

1- مقدمة:

يعتبر مفهوم الطرح - العملية العكسية للجمع - موردا جديدا بالنسبة لتلامذة السنة الثانية ابتدائي، إذ لم يسبق لهم أن تعاملوا معه بكيفية صريحة، بل تم التحسيس به أثناء التطرق للجمع (الجمع بالإكمال)، على أن يتم التوسع والتعمق في تداوله خلال السنوات الموالية وفي حدود الأعداد المدروسة.

الطرح من المفاهيم الرياضية التي يواجه فيها التلاميذ صعوبات متعددة في المستويات الأولى من المدرسة الابتدائية، على المستوى المفهومي والحسابي بالإضافة إلى صعوبات التدبير البيداغوجي المرتبطة بتدريسه. فعلى المستوى المفهومي الطرح صعب وصعوبته لصيقة به كمفهوم، حيث أنه لا يتمتع بالخصائص التي يتمتع بها الجمع والضرب، فهو غير تبادلي وغير تجميعي على عكس العمليتين السابقتين. أما صعوبات التدبير البيداغوجي فهي مرتبطة أشد الارتباط بالاختيار اليداكتيكي المناسب لتقديم الطرح سواء على مستوى بنية الوضعيات المقدمة أو ترتيب هذه الوضعيات وكذلك على مستوى معالجة الصعوبات ونوعية الشروح والتدخلات المناسبة.

2- قدرات مستهدفة:

- بحسب المتعلمون العدد المكمل في كتابة جمعية.
- يتعرف التلاميذ على الرمز (-) وعلى تسميته.
- يميز التلاميذ بين الوضعيات الجمعية والوضعيات الطرحية.
- يحسبون الفرق باستعمال تقنيات خاصة...
- يتعرف المتعلمون على التقنية الاعتيادية للطرح
- يحسبون الفرق باستعمال التقنية الاعتيادية للطرح (دون احتفاظ ثم بالاحتفاظ)
- يطلون وضعيات - مسائل تتطلب توظيف عملية الطرح....
- يتعامل المتعلمون مع وضعيات - مشاكل مستقاة من حياته اليومية تتطلب توظيف عمليتي الجمع والطرح (ربط، توليف، إجماع جزئي)

3- مفهوم الفرق، إدراج الرمز (-)

يمكن تقديم الطرح المرتبط بمفهوم الفرق انطلاقا من وضعيات يواجه فيها المتعلمون مشكلات ينبغي حلها قصد إعطاء معنى للرمز (-) وذلك باستثمار الجمع بالإكمال: $a+...=c$ أو $a+b=c$ أو بترجمة وضعيات بسيطة مرتبطة بعملية السحب، الإزالة أو الحذف، بكتابة طرحية. تقدم هذه الوضعيات بشكل يحفز المتعلمين على تمثيل الوضعيات ثم إيجاد الكتابة التي تترجم هذه الوضعيات قبل حساب النتيجة (الفرق). (انظر كراسات التلاميذ)

لإعطاء معنى لمفهوم الطرح يتم الانطلاق من وضعيات متنوعة مع اعتماد التدرج في تناولها مما يتيح إمكانية البحث عن الفرق بين عددين. هذه الوضعيات تم تصنيفها إلى نوعين:

- وضعيات سكوتية أي وضعيات بدون تحول.
- وضعيات دينامية، أي متحركة، تمر من حالة أولية إلى حالة نهائية بعد إجراء التحويل عليها.

4- تصنيف المسائل الجمعية الطرحية :

(انظر دليل الأستاذ : فضاء الرياضيات، ص 66 والجيد في الرياضيات ص 102 و 103)

5- طرائق الحساب (حساب الفرق - إنجاز عملية الطرح)

أ- تقنيات خاصة لحساب الفرق :

• استخدام الجمع بالإكمال

وهي تقنية مألوفة لدى التلاميذ، إذ تسمح لهم بإيجاد الفرق انطلاقا من الكتابة: $a+...=c$ واعتمادا على وضعيات معينة، يستدرج المدرس متعلميه لحساب الفرق بين عددين موظفا الجمع بالإكمال

مثال: إكمال ما يلي: $71 = 28 + \dots$

- بحسب المتعلم (بكل سهولة) العدد الذي يجب إضافته للعدد 28 للحصول على العدد 71. ($28+43=71$)

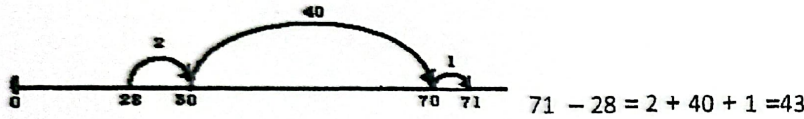
- يبين الأستاذ لتلامذته أن العدد 43 يسمى الفرق بين العددين 71 و 28 (في هذا الترتيب)

- يكتب كالتالي: $43 = 71 - 28$ ، ويُقرأ: 71 ناقص 28 يساوي 43 ،

- الرمز (-) هو إشارة لعملية جديدة تسمى الطرح ...

• استخدام المستقيم العددي

مثال: لحساب الفرق: $71 - 28 = \dots$ يتم استدراج التلاميذ لحساب الفرق بتوظيف المستقيم العددي كالتالي:



• استخدام الفروق المتساوية:

انطلاقا من وضعيات مختارة من الحياة اليومية، يتم استدراج التلاميذ إلى استخدام خاصية الفروق المتساوية، وذلك بإكمال المطروح أولا إلى العشرات أو المئات الموالية له بعدد معلوم ثم إضافة نفس العدد إلى المطروح منه قصد تسهيل حساب الفرق.

مثال: لحساب الفرق: $71 - 28 = \dots$

يمكن توظيف الخاصية كالتالي:

$$71 - 28 = (71 + 2) - (28 + 2) = 73 - 30 = (73 + 70) - (30 + 70) = 143 - 100 = 43$$

ب- تقنيات عامة

يتم التركيز في البداية على الطرح دون احتفاظ ثم على الطرح بالاحتفاظ وذلك تماثيا مع مبدأ التدرج (من السهل إلى الصعب، من البسيط إلى المعقد....).

• الطرح دون احتفاظ:

تقنية الطرح دون احتفاظ لا تطرح صعوبات مفهومية، إذ يتم التعامل معها على غرار التعامل مع التقنية الاعتيادية للجمع (دون احتفاظ) على الأعداد الطبيعية وتكرر بواسطة مناولات وتمثيلات ملائمة (انظر كراسات التلاميذ)

مثال:

$$\begin{array}{r} 78 - 25 = (70 + 8) - (20 + 5) \\ = (70 - 20) + (8 - 5) \\ = 50 + 3 \\ = 53 \end{array}$$

الطرح بالاحتفاظ:

تقنية الطرح بالاحتفاظ تشكل صعوبات مفهومية و ديداكتيكية...

لدى ينبغي التعامل معها بحذر، و ذلك بإعطاء تربيّرات بواسطة تمثيلات ملائمة (استعمال المربعات و القضبان و ... أو المحساب النقطي أو ...) (انظر دليل الأستاذ و كراسة التلميذ)

• التقية الطبيعية (أو تقية المبادلة) .

تعتمد هذه التقية خاصة ترتبط بنظمة العد العشري بالوضع و المتمثلة في تفكيك عدد إلى وحدات و عشرات و ...

مثال:

$$\begin{array}{r} 71 \\ - 28 \\ \hline 43 \end{array} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{r} 71 \\ - 28 \\ \hline 43 \end{array}$$

$$71 - 28 = (60 + 11) - (20 + 8)$$

$$= (60 - 20) + (11 - 8)$$

$$= 40 + 3$$

$$= 43$$

• التقية الاعيانية (أو تقية الاحتفاظ):

تعتمد هذه التقية خاصة الفروق المتساوية (خاصية الحفاظ على الفارق) $a - b = (a + 10) - (b + 10)$ (حيث $a \in \mathbb{N}$ و $b \in \mathbb{N}$ و $a \geq b$)

مثال:

$$\begin{array}{r} 71 \\ - 28 \\ \hline 43 \end{array} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{r} 71 \\ - 28 \\ \hline 43 \end{array}$$

الوحدة (11-8)
العشرات (7-3)

$$71 - 28 = (71 + 10) - (28 + 10)$$

$$= (70 + 1 + 10) - (20 + 8 + 10)$$

$$= (70 - 30) + (11 - 8)$$

$$= 40 + 3$$

$$= 43$$

✓ ملحوظة:

• تقية المبادلة (رغم سهولة إدراك مبرراتها على مستوى التمثيل) تصبح صعبة التدبير في حالة أعداد "كبيرة" ...

• تقية الاحتفاظ (رغم صعوبة إدراك مبرراتها على مستوى التمثيل) هي المتداولة نظرا لكونها عملية و سريعة الإنجاز...

6- الصعوبات:

- تتنوع الصعوبات التي يصادفها المتعلمون بتنوع الوضعيات التي يتفاعلون معها :
- صعوبات مرتبطة بالتحويل (موجب أو سالب) .
- صعوبات مرتبطة بالسؤال المطروح (يمكن طرح السؤال حول قياس الحالة الأولية أو حول التحويل أو حول نتيجة التحويل) .
- صعوبات متعلقة بسياق الوضعية (الكلمات المستعملة الترتيب الذي تقدم به المعلومات)
- صعوبات متعلقة بمقدار الأعداد التي تتضمنها الوضعية ...
- لدى ينبغي الأخذ بعين الاعتبار التدرج حسب عدة متغيرات ديداكتيكية في بناء مفهوم الطرح (مقدار الأعداد، قيمة الفرق، سياق النص، ترتيب المعطيات...) . كما يجب تدريب المتعلمين على الحساب الذهني السريع، حفظ جدول الطرح، استعمال الرسومات المبيانية الملائمة لكل وضعية أو مسألة (أشرطة عددية، تمثيلات لمجموعات، المستقيم العددي، تمثيلات تتعلق بنظمة العد (جدول العد)...) .

7 - الأخطاء الشائعة لدى التلاميذ ، أنواعها ومصادرها وسبل معالجتها :

(انظر الدفتر المرافق لمخلص الدرس)

8 - تدبير نماذج من وضعيات ديداكتيكية أو أنشطة مقترحة في كراسات التلاميذ تخص الطرح في نطاق الأعداد الطبيعية:

من خلال:

- تكليف مجموعات من الطلبة بإعداد وتدبير وضعيات و أنشطة معينة .
- مراعاة المكونات التالية : عنوان الدرس ، الكفاية المستهدفة ، الهدف أو الأهداف المتوخاة ، المكتسبات السابقة ، الامتدادات ، طريقة العمل وتقنيات التنشيط ، الوسائل الديداكتيكية المعتمدة ، التقويم و الدعم ، الصعوبات و سبل معالجتها .
- فتح نقاش موسع في الموضوع مع التركيز على التخطيط للجاذبة و لمكوناتها و لعملية التدبير البيداغوجي و الديداكتيكي للوضعيات و لسيرورة بناء المفاهيم
- (انظر الوضعيات و/ أو الأنشطة المقترحة من طرف الطلبة)

9 - وضعيات - مسائل جمعية طرحية :

- الوضعية 1: كان مع زيد 37 كلة ، خسر 12 كلة . كم عدد الكال الذي أصبح لديه ؟
لدينا: $37 - 12 = \dots$
- الوضعية 2: خسر زيد 12 كلة فأصبح لديه 37 كلة . كم عدد الكال الذي كان لديه قبل بداية اللعب ؟
لدينا: $37 : 12 = \dots$ إذن عدد الكال التي كانت لديه : $37 + 12 = \dots$
- الوضعية 3: ربح زيد 12 كلة فأصبح لديه 37 كلة . كم عدد الكال الذي كان لديه قبل بداية اللعب ؟
لدينا: $37 : 12 = \dots$ إذن $37 - 12 = \dots$
- الوضعية 4: يتوفر زيد على 12 كلة و يتوفر عمر على 37 كلة ، بكم تزيد كال عمر على كال زيد ؟
لدينا: $37 : 12 = \dots$ إذن $37 - 12 = \dots$
- الوضعية 5: يتوفر زيد على 12 كلة و ينقص عدد كاله على عدد كال عمر بـ 37 . كم عدد كال عمر ؟
لدينا: $37 : 12 = \dots$ إذن عدد كال عمر $37 + 12 = \dots$
- الوضعية 6: يتوفر كمال على 37 درهما ، ينقصه 12 درهما لشراء كرة . ما هو ثمن الكرة ؟
لدينا: $37 : 12 = \dots$ إذن عدد كال عمر $37 + 12 = \dots$
- الوضعية 7: عُمر فاطمة 37 سنة و عُمر ابنها سلمى 12 سنة . كم كان عُمر فاطمة عند ازدياد سلمى ؟
لدينا: $37 - 12 = \dots$

• الوضعية

الطرح في مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

1- مقدمة

يعتبر مفهوم الطرح - العملية "الانكسارية للجمع" - موضوعاً جديداً في النسبة كنظام من "السنة" الثانية، إذ لم يستطع لهم أن تعلموا معه كيفية مرتبة، بل تم التمسك به أثناء التطرق للجمع. نظرًا للمعوقات التي يشكلها مفهوم الطرح، والتي تتجلى في تعدد واختلاف نتائج العمليات التي "تصفه"، ينبغي أن تكون الأنشطة متنوعة من أجل إعطاء المتعلمين دلالة واضحة لمعنى الطرح وطبيعته من خلال مختلف الوضعيات التي يمكن أن يظهر فيها.

2- الممارسات والقدرات المستهدفة

- بحسب المتعلّمين العدد المكمل في كتابة جمعية. (يشعر موزن الرمز -).
- تغيير المتعلقين بين الوضعيات الجمعية والوضعيات الطرحية.
- بحسب الفرق باستعمال تقنيات خاصة.
- يستعمل المتعلّمين تقنية الطرح (دورة احتفاظ) ثم بلا احتفاظ.
- يحلون مسائل حسابية تتطلب الطرح.

3- مفهوم الفرق، وإدراج الرمز (-)

يمكن تقسيم الطرح المرتبط بمفهوم الفرق انطلاقاً من وضعيات يواجهها المتعلّمين مشكلات ينبغي حلها قصد إعطاء معنى للرمز (-) وذلك باستعمال الجمع $a + ... = c$ أو قسمة وضعيات بسيطة مرتبطة بعملية السحب، الإزالة أو الحذف.

تقدم هذه الوضعيات بشكل يحفز المتعلمين على تمثيل الوضعيات لم إيجاد الدلالة التي تترجم هذه الوضعيات قبل حساب النتيجة (الفرق). لإعطاء معنى لمفهوم الطرح يتم الاحتفاظ بالوضعيات التي يمكن أن تكون مختلفة عن الفرق بين عددين وإيجاد عملية الطرح. هذه الوضعيات متنوعة وتختلف في حيث الصعوبة التي تظهر فيها على المتعلمين. ولذا ينبغي اعتماد التدريس في تناول هذه الوضعيات التي يمكن تصنيفها إلى نوعين:

- وضعيات يكون فيها أي وضعيات بدون قول.
- وضعيات ديناميكية، أي تحولاً من حالة أولية إلى حالة ثانية بعد إجراء قول عليها.

4- الوضعيات المختلفة للطرح

(انظر دليل الأستاذة): فضاء الرياضيات السنة 2، ص 66

5- طرائق الحساب (حساب الفرق - إنجاز عملية الطرح)

أ- تقنيات خاصة بحساب الفرق

استخدام الجمع لإكمال

وهذه تقنية مألوفة لدى التلاميذ، إذ تسمح لهم بإيجاد الفرق انطلاقاً من: $a + ... = b$. مثال: لحساب الفرق $41 - 28 = 13$ نقوم بالتكتم بالجمع لإكمال: $28 + 13 = 41$ ، إذ $41 - 28 = 13$.

استخدام المستقيم العددي

مثال: حساب الفرق: $41 - 28 = 13$



$41 - 28 = 13 + 28 = 41$

استخدام الوقت المتساوية

انطلاقاً من وضعيات مختلفة، اختياراً من الحياة اليومية، يتم استدراج التلاميذ إلى استخدام خاصية الفرق المتساوية. وذلك بإكمال المطروح أولاً إلى العشرات أو المئات الموائمة له بعد ذلك معلوم ثم إضافة نفس العدد إلى المطروح منه قصد تسهيل حساب الفرق.

مثال: حساب الفرق: $41 - 28 = 13$

$$41 - 28 = 100 - 100 = 100 - (28 + 60) = 100 - 88 = 12 + 1 = 13$$

ب- تقنيات عامة

يتم التركيز في البداية على الطرح دون احتفاظ، ثم على الطرح بالاحتفاظ. وذلك تمهيداً مع مبدأ السدس (في السهل إلى الصعب).

الطرح دون احتفاظ

تقنية الطرح دون احتفاظ لا تتطلب معربات مفهومية، إذ يتم التعامل معها على غرار التعامل مع التقنيات الاعتيادية للجمع (دورة احتفاظ) على الأعداد 10 . وتيسر بواسطة نماذج وتمثيلات ملائمة.

$$78 - 25 = (70 + 8) - (20 + 5) = (70 - 20) + (8 - 5) = 50 + 3 = 53$$

الطرح بالاحتفاظ

تقنية الطرح بالاحتفاظ لا تتطلب معربات مفهومية، وهذا كبقية... لدى ينبغي التعامل معها بحذر، وذلك بإعطاء تيسيرات بواسطة تمثيلات ملائمة (استعمال المربعات والقضبان... أو الحساب التقطعي...).

التقنية الطبيعية (أو تقنية اليد)

تعتمد هذه التقنية خاصة ترتبط ببطانة العد العشري والمتمثلة في تفكيك عدد إلى وحدات وعشرات و...

مثال:

$$\begin{array}{r} 71 \\ -28 \\ \hline 43 \end{array} \leftarrow \begin{array}{r} 71 \\ -28 \\ \hline \end{array}$$

الوحدة: (11-8)
المئات: (6-2)

$$\begin{aligned} 71-28 &= (60+11)-(20+8) \\ &= (60-20)+(11-8) \\ &= 40+3 \\ &= 43 \end{aligned}$$

التقنية الاعتيادية (وتقنية الاحتفاظ)

تعتمد هذه التقنية على الفروق المتساوية (خاصية الحفاظ على الفارق)
حيث $a-b=(a+10)-(b+10)$ و $a \in \mathbb{N}$ و $b \in \mathbb{N}$ و $a > b$

مثال:

$$\begin{array}{r} 71 \\ -28 \\ \hline 43 \end{array} \leftarrow \begin{array}{r} 71 \\ -28 \\ \hline \end{array}$$

الوحدة: (11-8)
المئات: (7-3)

$$\begin{aligned} 71-28 &= (71+10)-(28+10) \\ &= (70+1+10)-(20+8+10) \\ &= (70+11)-(30+8) \\ &= (70-30)+(11-8) \\ &= 40+3 \\ &= 43 \end{aligned}$$

(أنظر كراسة التلميد ...)

ملحوظة:

- تقنية البداية (رغم سهولة إدراك مبرراتها على مستوى التمثيل) تضع عبء التدبير في حالة أعداد "كبيرة"...
- تقنية الاحتفاظ (رغم صعوبة إدراك مبرراتها على مستوى التمثيل) هي المتداولة نظراً لكونها عملية وسريعة الإيجاز...

6- الصعوبات

- تتنوع الصعوبات التي يصادفها المتعلمون بتنوع الوضائف التي يتفاعلون معها.
- صعوبات مرتبطة بالتحويل (موجب أو سالب).
- صعوبات مرتبطة بالنموذج المطروح (يكفي طرح السؤال حول قياس الحالة الأولية أو حول التحويل أو حول نتيجة التحويل).
- صعوبات متعلقة بصياغة الوضيفة (الكلمات المستخدمة والترتيب الذي تقدم به التلميذ).
- صعوبات متعلقة بمقدار الأعداد التي تتضمنها الوضيفة...
- لدى ينبغي الأخذ بعين الاعتبار التدرج حسب عدة متغيرات ديداكتيكية في بناء مفهوم الطرح: (مقدار الأعداد، قيمة العرف، تعبير التلميذ، ترتيب العمليات كما يجب تدريب التلميذ على الحساب الذهني السريع، حفظ جدول الطرح، استعمال مختلف الرسوم البيانية الملائمة للكل وضيفة أو مسألة (أشرطة عدديّة، رسوم تمثيلية بالكمبيوتر، المستقيم العددي، تمثيلات مبنائية تتعلق بنظرة العد...)

تتدارس بعض الأنشطة المقترحة في كراسات التلاميذ على الطبع الطبعة (أنظر الأنشطة المقترحة)
تحليل لبعض الأخطاء الشائعة (تشخيص الخطأ، مصدره، كيفية معالجته...)

Windows XP®

منهجية تقديم الضرب في نطاق الأعداد الصحيحة الطبيعية

1- مقدمة:

يعتبر الضرب في نطاق الأعداد الصحيحة الطبيعية من المفاهيم التي يشرع في تقديمها للمتعلمين ابتداء من السنة الثانية من التعليم الابتدائي، على أن يمدد التطرق إليه خلال السنوات الموالية قصد توسيع وتعميق مكتسبات التلاميذ وتشكيلهم من تنمية وتطوير كفاياتهم في هذا المجال.

2- الفقرات المستهدفة:

- يتعرف ومضغيات الجمع المتكرر.
- يستعمل الجمع المتكرر لحساب جذاءات.
- يتعرف كتابة جذاءات وحساب قيمها
- يختصر كتابة ضربية (استعمال جدول الضرب شجرة الحساب....)
- يكتشف خاصيات الضرب (التبادلية، التوزيعية، الجمعية، الضرب في 0....)
- يحسب ذهليا جذاءات باستعمال خاصيات الضرب....
- يتعرف إنجاز عملية الضرب عموديا.
- يستخدم التقنية الاعتيادية للضرب.
- يتعامل مع مسائل تتطلب حساب جذاء عديدين أو أكثر.
- يحل مسائل تتضمن مضغيات ضربية (أو مختلفة) في المجال العددي أو الهندسي أو القياس

3- مقارنة الضرب (إدراج الرمز $\times$) ومعنى axb :

تعتمد مقارنة الضرب باعتباره جمعا متكررا على نموذجين أساسيين:

النموذج الأول:

هو نموذج لوضغيات تمثل مجموعة مكونة من تجمعات متقاربة يتم تمثيلها على شبكة تريبعية (أو لقطلية) في تنظيم مستطيلي بحيث ترتب التجمعات في توزيع فضائي يبرز تقاربا.

النموذج الثاني:

هو نموذج لوضغيات والتجة ومألوفة تمثل تجمعات متقاربة ولكنها غير مرتبة....

- مثال:

المرحلة	مقاربة الضرب	النموذج الأول	النموذج الثاني
1- التمثيل للوضعية			
2- التعبير عن العدد برصاف للوضعية	4 صفوف بكل صف 5 أو 5 صفوف بكل صف 4	4 أكياس بكل كيس 5	5 أكياس بكل كيس 4
3- التعبير عن العدد الممثل في صورة كتابة جمعية أو مختصرة	$5+5+5+5 = 20$ أو $4+4+4+4+4 = 20$	$5+5+5+5 = 20$	$4+4+4+4+4 = 20$
4- تقديم الرمز $\times$ والكتابة الضربية (الجذاء)	$5+5+5+5 = 5 \times 4$ 4 مرات 5 أو $4+4+4+4+4 = 4 \times 5$ 5 مرات 4	$5+5+5+5 = 5 \times 4$	$4+4+4+4+4 = 4 \times 5$
5- اختصار الكتابة الضربية	$5 \times 4 = 20$ $4 \times 5 = 20$	$5 \times 4 = 20$	$4 \times 5 = 20$
6- ملاحظة أن:	$5 \times 4 = 4 \times 5$	صعوبة تقبل المتساوية: $5 \times 4 = 4 \times 5$	

تسمى المقاربة إلى تقديم جدلي للكتابة الضربية أو تكافؤا على إطارين:

* الإطار الهندسي: حيث axb تعبر عن عدد الأشياء الموزعة على تجمعات في تنظيم لفضائي.

* الإطار العددي: حيث axb تعبر عن اختصار لإحدى الكتايتين الجمعيتين.

ملحوظة:

- الاعتماد على الشبكات التريبعية يتخذ معه إبراز خاصية الصفر في الضرب.
- الاعتماد على التجمعات المتقاربة يصعب معه إبراز خاصيتي التبادلية والتجمعية.
- إدراج النموذج الثاني هو احتياط بيداغوجي حتى لا يقتصر مفهوم الضرب على التوزيعات المنتظمة وخاصة نموذج الشبكات.....

4- خاصيات الضرب: (البناء)

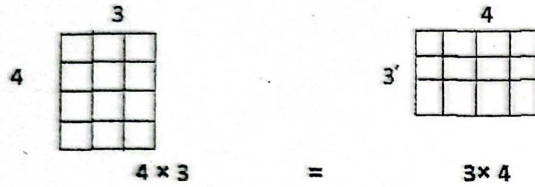
إن استعمال الشبكات التريبعية (أو اللقطلية) تعتبر كادات بيداكتيكية تسمح بتقديم بعض خاصيات الضرب:

أ- تقديم خاصية التبادلية للضرب.

وذلك عن طريق تغيير

الوضع العمودي للشبكة إلى

وضع أفقي (أو العكس)



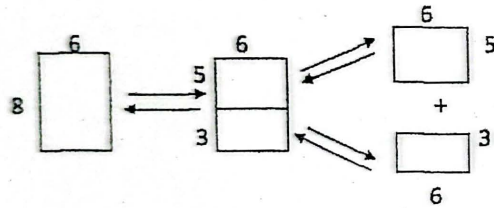
- يستنتج التلاميذ أن:

ب- تقديم خاصية توزيعية الضرب على الجمع:

وذلك عن طريق:

- تجزئ شبكة إلى شبكتين لكل منهما نفس العدد من الأعمدة (أو السطور) (→)

- ضم شبكتين لهما نفس العدد من الأعمدة (أو السطور) (←)



يلاحظ التلاميذ أن: $8 \times 6 = (5+3) \times 6 = (5 \times 6) + (3 \times 6)$

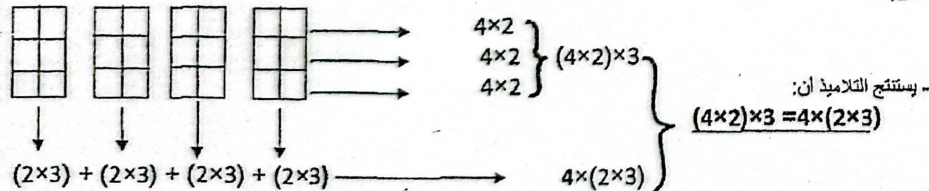
ملحوظة: خاصية توزيعية الضرب على الجمع لها أهمية لصوى في بناء التقنية الاعتيادية للضرب ، وتساعد التلاميذ على القيام بحسابات خاصة (الحساب الذهني و السريع).

ج- تقديم خاصية التجمعية:

يمكن تحسيس المتعلمين بهذه الخاصية اعتمادا على:

* ملابلات أو تشكلات:

مثال:



- يستنتج التلاميذ أن:

$(4 \times 2) \times 3 = 4 \times (2 \times 3)$

* القيام بحساب جذاءات:

مثال: $(3 \times 8) \times 5 = 24 \times 5 = 120$

وملاحظة أن: $3 \times (8 \times 5) = 3 \times 40 = 120$

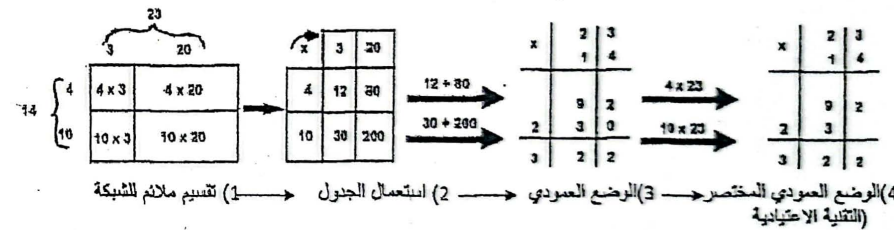
$(3 \times 8) \times 5 = 3 \times (8 \times 5)$

توجيهات:

- يتعين على المدرس مساعدة المتعلمين على الاستئناس بمثل هذه الحسابات الخاصة حتى يتسنى لهم اختيار التقنية الخاصة الأكثر فائدة واقتصادا للجهد.
- يجب استنراج التلاميذ إلى اكتشاف قاعدة ضرب عدد ص.ط في عدد صحيح من العشرات أو المئات أو..... وكثريهم على إعطاء النتيجة ذهنيا... مثل: 17×10 ، 6×20 ، 135×100 ، 60×50 ..
- للمزيد من التوضيحات: أنظر الكتاب المدرسي.....
- إن تكنيات الحساب الخاصة هاته (وعسوما التي تعتمد على توزيعية الضرب على الجمع) تعتبر تمهيدا لبناء التقنية الاعتيادية للضرب.....
- بب التقنية الاعتيادية للضرب:**
- تعتمد التقنية الاعتيادية للضرب على أربع نقاط أساسية:
- مبدأ الحد بالوضع في نظمة العد العشري.
- جدول "فيتاغورس" للضرب.
- خاصيات الضرب (التبادلية، التوزيعية، الضرب في 0، الضرب في 1.....)
- وتعتبر الشبكة وسيلة بيداغوجية مناسبة لبناء التقنية الاعتيادية للضرب، ويعتمد في هذا البناء على تقسيم ملائم للشبكة وحساب الجداءات الجزئية التي تتضمنها وعلى بعض خاصيات الضرب ولاسيما التوزيعية.....

مثال: حساب الجداء 23×14

بناء التقنية الاعتيادية للضرب يتم بتدرج عبر المراحل التالية:



*توجيهات:

- ينبغي ان يبنى اعتماد مبدأ التدرج (من الضرب بدون احتفاظ إلى الضرب بالاحتفاظ من عوامل "صغيرة" إلى عوامل "كبيرة" من جداءات بسيطة إلى جداءات صحيحة.....)
- يجب أن يتمكن المتعلمون من إدراك المبرر الذي يتيح بموجبه إزاحة الجداء الجزئي التالي والثالث و... برتبة واحدة أو برتبتين أو... نحو اليسار وترك مكانهم فارغا عند إنجاز تقنية الضرب.
- ينبغي أن يكتسب المتعلم "ميكانيزم" هذه التقنية وتوظيفه في الإسراع بإجعال الحسابات وربط الإنجازات بالتعابير التي تدل على ما يقوم به.
- ينبغي التخلي تدريجيا عن الشبكة والجدول... والتركيز على الخطوات الإجرائية التي تقود إلى إنجاز عملية الضرب عموديا.
- نظرا لتوفر التلاميذ على تكتيكتين إحداها خاصة والأخرى عامة، يجب المراجعة بين التكتيكتين بجمال إحداها أداة للتأكد من النتيجة التي تم التوصل إليها بالأخرى.
- يتعين على المدرس تعزيز التلاميذ على استعمال المحسبة بطريقة معتلة للتحقق من نتائج العمليات.....
- يجب على الأستاذ التطرق إلى مسائل (مختارة من محيط المتعلم) ذات بنية ضربية (أوجعية أو طرحية) بحيث تغطي جميع المجالات (العددي، الهندسي، القياس) وذلك قصد تنمية وتطوير كفايات التلاميذ في هذا المجال.....

القسمة في مجموعة الأعداد الطبيعية

مقدمة

تعتبر القسمة على الأعداد الطبيعية من بين المفاهيم التي يُشعر في تفهيمها المتعلمين ابتداءً من السنة الثالثة من التعليم الابتدائي، بعد تفرغهم على عمليات الجمع والطرح والضرب أو على المحصول المضاعفات. ويُعاد التطرق إلى هذه العملية خلال السنوات الموالية قصد توسيع وتعميق مكتسبات التلاميذ وتمكينهم من تنمية وتطوير كفاياتهم في هذا المجال...

3- القدرات المستهدفة

2- الكفايات المتوخاة

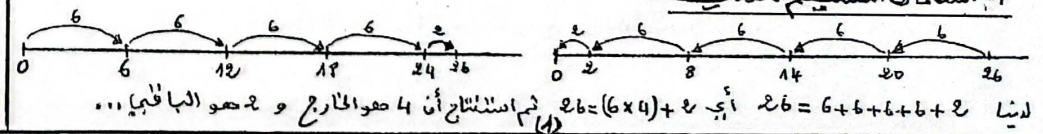
- يتعرف و صغيات التوزيع بالتساوي، التي هي وضعيات قسمة: - يجب كلاً من الخارج والباقي باستعمال تقنيات خاصة... - يستوعب المتساوية المميزة للقسمة.	- حساب الخارج والباقي في قسمة إقليدية
- يتعرف عدد أرقام الخارج من المقسوم بين مضاعفي المقسوم عليه. - يحدد أرقام الخارج بأقل عدد من عمليات الطرح. - يجبر القسمة الإقليدية بالتقريب الاعتيادي للقسمة.	- التمكن من التقنيّة الاعتياديّة لنفسه.
- يتعامل مع مسائل تتطلب حساب الخارج والباقي. - يحل مسائل تتطلب الحلقات الأربع: قسمة ضرب، طرح، جمع. (في المجال العددي أو الهندسي أو القياسي)	- معالجة مسائل تتضمن وضعيات القسمة (أو عمليات أخرى)

4- مقارنة مفهوم القسمة - وضعيات التوزيع بالتساوي

- مقارنة مفهوم القسمة الإقليدية تتم انطلاقاً من وضعيات التوزيع بالتساوي (العادل) وهي وضعيات القسمة تُفَع للمودج الرياضي $(a = b \times q + r)$ مع $0 \leq r < b$.
- معالجة وضعيات التوزيع بالتساوي تسمح بالمناولة سواء أكانت حقيقية أو مُثَلَّة، على أن يتم يتوار مع هذا ربط مفهوم القسمة بالعمليات التي يمكن أن تجرى على الأعداد المُمَثَّلَة للمقسوم والمقسوم عليه للحصول على الخارج والباقي.

وكهذا العرض يمكن الاعتماد على وسائل جديدة مناسبة كالمستقيم العددي وجدول التوزيع لمساعدة المتعلم على القيام بحساب التوزيع الخارج والباقي.
مثال: نريد توزيع 26 كوكبة بالتساوي على 6 أطفال. كم سيأخذ كل واحد منهم؟

أ- استعمال المستقيم العددي



ب- استعمال جدول التوزيع

عدد الكلال التي يأخذها كل طفل في كل مرة...	عدد الكلال الموزعة	عدد الكلال المتبقية	الوضعيات الرياضية
1	$6 \times 1 = 6$	$26 - 6 = 20$	$26 = (6 \times 1) + 20$
2	$6 \times 2 = 12$	$20 - 6 = 14$	$26 = (6 \times 2) + 14$
3	$6 \times 3 = 18$	$14 - 6 = 8$	$26 = (6 \times 3) + 8$
4	$6 \times 4 = 24$	$8 - 6 = 2$	$26 = (6 \times 4) + 2$

5- حساب الخارج والباقي في قسمة إقليدية

صاغى الخوارزمية التي يلجأ إليها المتعلمون لحساب الخارج والباقي عند معالجة لموضعيات التوزيع بالتساوي، فهي بالذات: طريقة حصر المقسوم بين مضاعفي مقسوم عليه، طريقة الجمع المتكرر، وطريقة الطرح المتكرر التي تؤسس للتقنية الاعتيادية.

أ- طريقة حصر المقسوم بين مضاعفي مقسوم عليه

مثال: حساب الخارج والباقي عند قسمة العدد 265 على 42.

- يتم تكوين جدول جزئي لمضاعفات 42 حصر العدد 265 بين مضاعفي مقسوم عليه 42.

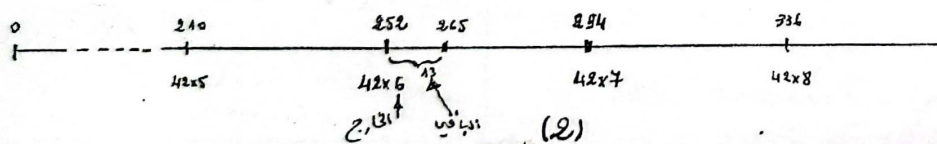
أي البحث عن العدد q حيث: $42 \times (q+1) < 265 \leq 42 \times q$

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$42 \times q$	42	84	126	168	210	252	294	336	378

من خلال الجدول يتضح المتعلم أن: $294 < 265 \leq 252$

ومن هنا استنتاج الحصر: $42 \times 7 < 265 \leq 42 \times 6$

وبالتالي فإن: 6 هو الخارج المطلوب، والباقي هو $265 - 252 = 13$ يمكن الاستعانة بالمستقيم العددي...



(6) التقنية الاعتيادية

إن طريقة إيجاد الخارج والباقي التي تطرقنا إليها في الطرح المتكرر تكون المراحل الجزئية في التقنية الاعتيادية لكن بشكل غير منمّج. أما التقنية الاعتيادية فهي طريقة إجرائية تُطبّق في جميع الحالات ولا تهتم بخواص الأعداد المكوّنة للمقسوم والمقسوم عليه، وتتميز بتطبيق عدد محدود من الخطوات يقود في النهاية إلى تحديد الخارج والباقي، وهي طريقة تعتمد على مفاهيم المقسوم عليه من أجل:

- تحديد عدد أرقام الخارج (في المقسوم على شكل $6 \times 10^m \leq a < 6 \times 10^{m+1}$)
- البحث عن أرقام الخارج تباعاً باستخدام الحشر ثم الطرح.
- استخدام متساوية القسمة $a = bq + r$ ، و $0 \leq r < b$ كقاعدة للتأكد من صحة نتيجة القسمة.

مثال: ليكن المطلوب حساب الخارج والباقي في قسمة العدد 3187 على 24.

- * تحديد أرقام الخارج: لدينا $24 \times 10^3 < 3187 < 24 \times 10^4$ إذن $1000 < q < 10000$ وبالتالي فإن الخارج عدد مكون من ثلاثة أرقام.
- * البحث عن أرقام الخارج: (يعني اللجوء إلى جدول لمضاعفات المقسوم عليه)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
24	24	48	72	96	120	144	168	192	216

$$\begin{array}{r}
 3187 \\
 - 2400 \leftarrow 24 \times 100 \\
 \hline
 787 \\
 - 720 \leftarrow 24 \times 30 \\
 \hline
 67 \\
 - 48 \leftarrow 24 \times 2 \\
 \hline
 19
 \end{array}$$

وبالتالي فإن الخارج هو 132 والباقي هو 19

* التأكد من صحة نتيجة القسمة:

$$\text{لدينا: } 3187 = (24 \times 132) + 19 \text{ و } 19 < 24$$

(3) طريقة الطرح المتكرر

$$\begin{array}{r}
 * نقوم بطرح متكرر العدد 42 من العدد 265 \\
 265 - 42 = 223 \\
 223 - 42 = 181 \\
 181 - 42 = 139 \\
 139 - 42 = 97 \\
 97 - 42 = 55 \\
 55 - 42 = 13
 \end{array}$$

- الخارج هو 6 وهو عدد مرات جمع العدد 42
- الباقي هو 13 وهو آخر عدد نحصل عليه أقل من 42

* نلاحظ أن طريقة الطرح المتكرر تتطلب إجراء عمليات جمع طويلة وبالتالي فهي ليست دائماً فعالة.

• يمكن معالجة عيوب هذه الطريقة باللجوء إلى مضاعفات ط (المقسوم عليه) $168, 192, 216, \dots, 1008$

مثال: لحساب الخارج والباقي في قسمة العدد 3187 على 24.

$$\begin{array}{r}
 3187 \\
 - 2400 \leftarrow 24 \times 100 \\
 \hline
 787 \\
 - 240 \leftarrow 24 \times 10 \\
 \hline
 547 \\
 - 240 \leftarrow 24 \times 10 \\
 \hline
 307 \\
 - 240 \leftarrow 24 \times 10 \\
 \hline
 67 \\
 - 24 \leftarrow 24 \times 1 \\
 \hline
 43 \\
 - 24 \leftarrow 24 \times 1 \\
 \hline
 19
 \end{array}$$

- الخارج هو 132
- الباقي هو 19

ملاحظة: يمكن تقليل عدد مرات الطرح باستخدام مضاعفات 24 كالتالي:

$$\begin{array}{r}
 3187 \\
 - 2400 \leftarrow 24 \times 100 \\
 \hline
 787 \\
 - 720 \leftarrow 24 \times 30 \\
 \hline
 67 \\
 - 48 \leftarrow 24 \times 2 \\
 \hline
 19
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 q &= 100 + 30 + 2 = 132 \\
 r &= 19
 \end{aligned}$$

(3) طريقة الجمع المتكرر

$$\begin{array}{r}
 * نقوم بجمع متكرر العدد 42 إلى أن نصل إلى أقرب عدد لـ 265 أصغر أو يساويه \\
 42 + 42 = 84 \\
 84 + 42 = 126 \\
 126 + 42 = 168 \\
 168 + 42 = 210 \\
 210 + 42 = 252
 \end{array}$$

- الخارج هو 6 وهو عدد مرات جمع العدد 42
- الباقي هو الفرق: $265 - 252 = 13$

* نلاحظ أن طريقة الجمع المتكرر تتطلب إجراء عمليات جمع طويلة وبالتالي فهي ليست دائماً فعالة.

• يمكن معالجة عيوب هذه الطريقة باللجوء إلى مضاعفات ط (المقسوم عليه) $168, 192, 216, \dots, 1008$

مثال: لحساب الخارج والباقي في قسمة العدد 3187 على 24.

$$\begin{array}{r}
 24 \times 100 \rightarrow 2400 \\
 24 \times 10 \rightarrow + 240 \\
 \hline
 2640 \\
 24 \times 10 \rightarrow + 240 \\
 \hline
 2880 \\
 24 \times 10 \rightarrow + 240 \\
 \hline
 3120 \\
 24 \times 1 \rightarrow + 24 \\
 \hline
 3144 \\
 24 \times 1 \rightarrow + 24 \\
 \hline
 3168
 \end{array}$$

- الخارج هو: $100 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 = 132$
- الباقي هو: $3187 - 3168 = 19$

ملاحظة: يمكن تقليل عدد مرات الجمع باستخدام مضاعفات 24 كالتالي:

$$\begin{array}{r}
 24 \times 100 \rightarrow 2400 \\
 24 \times 30 \rightarrow + 720 \\
 \hline
 3120 \\
 24 \times 2 \rightarrow + 48 \\
 \hline
 3168
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 q &= 100 + 30 + 2 = 132 \\
 r &= 3187 - 3168 = 19
 \end{aligned}$$

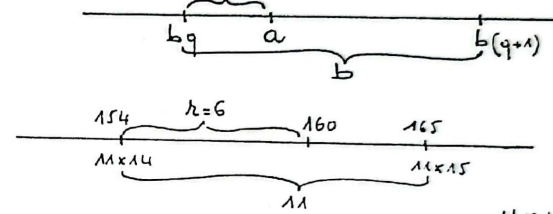
القسمة الإقليدية في $\mathbb{N}$

1- خارج وباقي القسمة الإقليدية:

أ) تعريف

a عدد ص. p و b عدد ص. p غير منعدم.
 * خارج القسمة الإقليدية للعدد a على b هو العدد ص. q حيث: $b(q+1) < a < b(q+2)$
 * باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b هو الفرق r بين العدد a و bq . نكتب $a = bq + r$

ب) ملاحظة: لدينا $b(q+1) < a < b(q+2)$ إذن $0 \leq a - bq < b$ أي $0 \leq r < b$
 - $\begin{cases} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{cases}$ تكتب أيضا $\begin{cases} r = a - bq \\ 0 \leq r < b \end{cases}$



ج) مثال:

لدينا: $11 \times 14 < 160 < 11 \times 15$
 - العدد 14 هو خارج القسمة الإقليدية للعدد 160 على 11.
 - الفرق $6 = 160 - (11 \times 14)$ هو باقي القسمة الإقليدية للعدد 160 على 11. ($0 \leq 6 < 11$)

2- القسمة الإقليدية:

* لكل زوج (a, b) من $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ يوجد زوج وحيد (q, r) من $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ بحيث:
 $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.
 * العملية التي تربط كل زوج (a, b) من $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ بالزوج (q, r) من $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ تسمى بالقسمة الإقليدية.
 - العدد a يسمى المقسوم عليه.
 - العدد b يسمى المقسوم عليه.
 - العدد q يسمى خارج القسمة الإقليدية للعدد a على b .
 - العدد r يسمى باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b .

ملاحظات: * إذا كان $r = 0$ فإن $a = bq$ أي a قابل للقسمة على b .

* إذا كان $a < b$ فإن $q = 0$ و $r = a$.

* الشرط $r < b$ يستلزم أن يكون $b \neq 0$.

مثال 1: المتساوية: $14 = (18 \times 12) + 230$ تعبر عن قسمة إقليدية حيث 12 هو الخارج و 14 هو الباقي في القسمة الإقليدية للعدد 230 على 18.

مثال 2: المتساوية: $255 = 17 \times 15$ تعبر عن قسمة إقليدية حيث 15 هو خارج قسمة 255 على 17 (أو 15) والباقي هو 0.

3- تطبيقات: (أنظر جانبك).

30%

تمرين 1: استعمال المتساوية $209 = 15 \times 12 + 29$ لكي تجد:
 أ- خارج وباقي القسمة الإقليدية للعدد 209 على 15.
 ب- ما هي الأعداد الصحيحة التي خارج قسمة 209 على 15 هو 12.

تمرين 2:

1- ما هي الأعداد الصحيحة التي خارج قسمة 62 على 4 هو 15.
 2- ما هو أكبر عدد ص. p الذي خارج قسمة 62 على 12 هو 28.

تمرين 3:

أوجد جميع الأعداد ص. p التي إذا قسم عليها العدد 2335 كان الباقي هو 14.

تمرين 4:

a و p عددا ص. p إذا علمت أن: 3 هو باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 5 وأن 2 هو باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 فاحسب:
 أ- باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 35.
 ب- $a \times b$.

تمرين 5:

خارج القسمة الإقليدية للعدد ص. a على عدد ص. p غير منعدم هو k والباقي هو l ونجرب المقسوم والمقسوم عليه والباقي هو 591. أوجد المقسوم والمقسوم عليه.

تمرين 6:

عوضي أن يقسم تكثير العدد 4082 على عدد ص. p خطأ فقام بقسمة العدد 4032 على هذا العدد فحصل على نفس الباقي. عثر أن الخارج نقص ب 2. أوجد المقسوم عليه p والخارج والباقي للعمليات المقترحة.

تمرين 7:

الخارج في قسمة إقليدية هو 0 والباقي هو 0 أوجد المقسوم والمقسوم عليه، علما أن المقسوم به يكون من رتبتي لا أعط جميع الحلول الممكنة.

تمرين 8:

1- أوجد أصغر عدد إذا قسم على 11 بقية 6 وإذا قسم على 17 بقية 12 وإذا قسم على 29 بقية 24.
 2- هل توجد أعداد أخرى تحقق المعطيات السابقة؟ علل جوابك.

تمرين 9:

عدد تلاميذ مدرسة محوور بين 100 و 300 تلميذ. إذا وزعوا المجموعات تتكون من 4 تلاميذ أو 5 تلاميذ أو 6 تلاميذ فإنه يبقى 3 تلميذ. أما إذا وزعوا إلى مجموعات تتكون من 7 تلاميذ فلا يبقى أي تلميذ. ما هو عدد تلاميذ هذه المدرسة؟

تمرين 10:

خارج وباقي قسمة عدد ص. p على 15 هما على التوالي 12 و 4. أوجد الخارج والباقي في قسمة p على 5.

تمرين 11:

بين أن لكل عدد ص. p فدي r حان 1 هو باقي قسمة p على العدد 8.

منهجية تقديم الأعداد العشرية

1 - مقارنة منهجية:

- ✓ يتم التعامل مع موضوع الأعداد العشرية وفق ما يلي:
- ✓ تحسيس المتعلمين بعدم كفاية الأعداد الطبيعية لحل بعض المسائل.
- ✓ الوعي بوجود أعداد (جديدة) بين عددين صحيحين طبيعيين متتابعين.
- ✓ إدراك العدد العشري كخارج قسمة عدد صحيح طبيعي على 10 أو 100 أو 1000 أو (أي القسمة على 10 أو 100 أو 1000 أو تسج بالحصول على عدد عشري).
- مثال: "مستطيل مساحته 923 وعرضه 10 (بوحدة ملائمة)، ما طوله؟"
- ~ العدد المطلوب ليس عددا صحيحا طبيعيا، إنه محصور بين 92 و 93 (لأن في قسمة 923 على 10، الخارج هو 92 والباقي 3).
- ✓ تقديم الكتابة بالكسور العشرية: $92 + \frac{3}{10}$ (علما بأن الكسور لم يشرع في تدريسها بعد).
- ✓ تقديم الكتابة بالفاصلة: $92,3 = 92 + \frac{3}{10}$.
- ✓ تقديم مختلف الكتابات والقراءات للعدد العشري.
- ✓ التركيز على:
- * موضع الفاصلة وهي تفصل الجزء الصحيح عن الجزء العشري العدد العشري.
- * العشر: $0,1 = \frac{1}{10}$ ؛ جزء المائة: $0,01 = \frac{1}{100}$ ؛ جزء الألف: $0,001 = \frac{1}{1000}$ ؛
- * لكل رقم في الكتابة العشرية (بالفاصلة) ملول حسب موضعه.
- ✓ تحسيس المتعلمين بأن قواعد كتابة العدد العشري بالفاصلة هي امتداد لقواعد كتابة عدد صحيح طبيعي (ولإبراز ذلك، يُعتمد جدول العد).
- ✓ مقارنة وترتيب الأعداد العشرية (وهي تختلف عن المقارنة في نطاق الأعداد الصحيحة الطبيعية).
- ✓ توظيف المستقيم العددي من أجل المقارنة والترتيب والحصر ...
- ✓ تحسيس المتعلمين بدور الأعداد العشرية في التقريبات بقدر ما نشاء وهذا مظهر أساسي للأعداد العشرية.
- ✓ الوعي بالعمليات الأربع على الأعداد العشرية وهي امتداد للعمليات الأربع على الأعداد الصحيحة الطبيعية.
- ✓ استخدام الأعداد العشرية في التعبير عن قياسات (الأطوال، الكتل، العملة، المساحة، ...).
- ✓ توظيف الأعداد العشرية و العمليات عليها لحل مسائل..../.

2 - القدرات المستهدفة

- ~ تعرف و تسمية وكتابة أعداد عشرية (من رقم أو رقمين أو ثلاثة أو قدام أو ... بعد الفاصلة)
- ~ تعرف دلالة كل رقم في كتابة عشرية (بالفاصلة) انطلاقا من موقعه.
- ~ تعرف الجزء الصحيح والجزء العشري لعدد عشري.
- ~ تحديد موقع عدد عشري على مستقيم مدرج.
- ~ استعمال الأعداد العشرية للتعبير عن قياس.
- ~ مقارنة و ترتيب أعداد عشرية باستعمال الرموز ($=$, $<$, $>$).
- ~ التعامل بالأعداد العشرية تسمية و كتابة و مقارنة و ترتيبا.
- ~ حساب مجموع عددين عشريين (أو أكثر).
- ~ تعرف التقنية الاعتيادية للجمع على الأعداد العشرية.
- ~ حساب فرق عددين عشريين.
- ~ تعرف التقنية الاعتيادية للطرح على الأعداد العشرية.
- ~ التمكن من التقنية الاعتيادية لجمع وطرح الأعداد العشرية.
- ~ حل مسائل جمعية و/ أو طرحية تتضمن أعدادا عشرية.
- ~ حساب جداء عدد عشري و عدد صحيح باستخدام التقنية الاعتيادية للضرب.
- ~ ضرب عدد عشري في 10 أو 100 أو 1000 أو ... (حساب ذهني).
- ~ ضرب عدد صحيح في 0,1 أو 0,01 أو 0,001 أو ... (حساب ذهني).
- ~ حساب جداء عددين عشريين باستخدام التقنية الاعتيادية للضرب.
- ~ ضرب عدد عشري في 0,1 أو 0,01 أو 0,001 أو ... (حساب ذهني).
- ~ حل مسائل ذات بنية ضربية وتتضمن أعدادا عشرية.
- ~ حساب الخارج العشري لعددين صحيحين.
- ~ حساب خارج عدد عشري على عدد صحيح.
- ~ حساب خارج عدد صحيح على عدد عشري.
- ~ حساب خارج عدد عشري على عدد عشري آخر.
- ~ حساب الخارج العشري المقرب إلى 1 أو 0,1 أو 0,01 أو 0,001 أو ... لقسمة عددين عشريين.
- ~ إنجاز قسمة عدد عشري على عدد صحيح أو على عدد عشري و حساب القيم العشرية المقربة إلى 1 أو 0,1 أو 0,01 أو 0,001 أو ...
- ~ حل مسائل تتطلب القسمة على الأعداد العشرية.
- ~ حل مسائل تتطلب توظيف العمليات الأربع على الأعداد العشرية.

$$745c = 7,45DH \quad ; \quad 274 dl = 27,4l \quad ; \quad 1375 cm = 13,75 m$$

$$21m50cm = 21,50 m \quad ; \quad 3kg \ 425 g = 3,425 kg$$

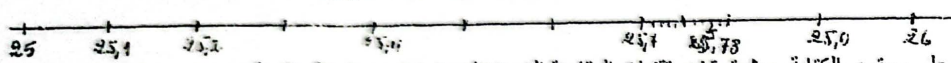
ملحوظة : كتابة العدد العشري بالفاصلة يسهل القيام بالمقارنة والترتيب وإجراء العمليات الحسابية.

4- مقارنة وترتيب الأعداد العشرية:

- مقارنة عددين عشريين تعتمد على معنى العشر وجزء المائة... الخ ، أو على تموضع نقط على مستقيم مدرج، وكذا على التحويلات على القياسات.....

- ترتيب الأعداد العشرية يتم:

* على مستوى التمثيل حيث يستخدم المستقيم المدرج بأعشار أو بأجزاء المائة كوسيلة للترتيب وذلك لإبراز وجود عدد لانتهائي من الأعداد العشرية بين عددين طبيعيين متتابعين أو بين عددين عشريين...



* على مستوى الكتابة حيث تستخدم تقنيات المقارنة التي تختلف تماما عن طريقة مقارنة عددين صحيحين طبيعيين

(713 < 73 لكن 7,13 > 7,3) ، وتقدم الطريقة الإجرائية لمقارنة وترتيب أعداد عشرية....

إن مقارنة الأعداد العشرية وترتيبها وإدراج أعداد عشرية بين عددين عشريين بشكل بالنسبة للمتعلين صعبة حقيقية وتؤدي إلى أخطاء شائعة مثل:

* يعتقد بعض التلاميذ أن أكبر العددين العشريين هو الذي يضم أكبر عدد من الأرقام بعد الفاصلة.

مثال: 8,4 > 8,314 ؛ 15,600 < 15,6 ؛ 3,7 > 3,7000 ؛.....

* تموضع الصفر بعد الفاصلة يطرح إشكالية للمتعل، حيث يظن أن 4 وحدات و 93 جزء الألف تكتب 4,93 والصواب هو 4,093 ، وهناك من يعبر عن 28 mm 6 mm ب 28,6 m والصواب هو 28,006 m . ولتحلّو مثل هذه الأخطاء يجب الرجوع إلى معنى ودلالة كل رقم في العدد العشري.

5- جمع وطرح الأعداد العشرية:

أ- تتم مقارنة مفهومي الجمع والطرح على الأعداد العشرية انطلاقا من وضعيات يوظف فيها الجمع والطرح على القياسات (الأطوال، الكتلة، العملة، السعة،.....)

ب- حساب مجموع عددين عشريين أو الفرق بينهما-إن أمكن- هو امتداد للتقنية الإجرائية لعمليات الجمع والطرح والتي نعلم التلاميذ إجرائها على الأعداد الطبيعية مع مراعاة وضع أرقام العددين اللذين لهما نفس الرتبة تحت بعضهما عند الوضع العملي (إن الفاصلة تحت الفاصلة) وإضافة أصفار لأحد العددين ليكون لهما نفس العدد من الأرقام بعد الفاصلة.

مثال: « يتوفر فلاح على 68,75 kg من القمح، زرع منه في اليوم الأول 24,35kg وفي اليوم الثاني زرع 18 kg »

* كتلة القمح المزروع خلال اليومين (ب kg) هي: 24,35 + 18

لحساب المجموع يتعين على المدرس استدراج التلاميذ إلى مثالي:

- التحويل من (kg) إلى (dag) حيث: 18kg = 1800 dag و 24,35kg = 2435dag

- باعتماد (dag) كوحدة فإن: 2435 + 1800 = 4235

- التحويل من (dag) إلى (kg) حيث: 4235 dag = 4,235kg

- الإجابة عن السؤال: كتلة القمح المزروع خلال اليومين هي: 4,235kg

هذه الطريقة تساعد في بناء وتثبيت التقنيات الاعتيادية للجمع على الأعداد العشرية.

* اعتماد التقنية الاعتيادية للجمع على الأعداد العشرية (كامتداد لتقنية الجمع في نطاق الأعداد الصحيحة الطبيعية).

يجب تنبيه التلاميذ إلى الوضع السليم للعملية مع الحرص على وضع الفاصلة تحت الفاصلة (دون نسيان وضعها تحت الفواصل بعد الانتهاء من حساب المجموع).

$$24,35$$

$$+ 18,00$$

$$42,35$$

أجزاء المائة	أعشار	وحدات	عشرات
5	3	4	2
0	0	8	1
5	3	2	4

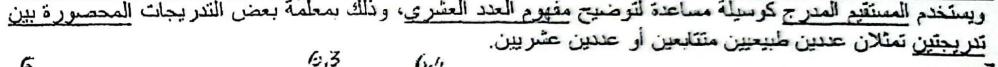
3- تقديم الأعداد العشرية:

يشرح في تقديم الأعداد العشرية ابتداء من السنة الرابعة من التعليم الابتدائي باعتبارها من جهة ذات استخدامات كثيرة، إذ تسمح بالتعبير عن مقادير كالطول والكتلة والمساحة والحجم... الخ، ومن جهة أخرى على مستوى الكتابة تعتبر امتدادا لكتابة الأعداد الطبيعية في أنظمة العد العشري.

ويتم إدراج هذه الأعداد انطلاقا من وضعيات لقياس الأطوال بوحدة اعتباطية وضمن شروط نقود المتعلم إلى التأكد من عدم كفاية الأعداد الطبيعية للتعبير عن القياس المنجز (مثال قياس طول الطاولة أكبر من 6 وأصغر من 7) ومن ثمة ضرورة التوفر على أعداد جديدة.

وللحصول على الأعداد العشرية تقسم الوحدة الاعتباطية إلى عشرة أجزاء أو مائة جزء أو.... وذلك حسب درجة الدقة المطلوبة في التعبير عن الشيء المقاس وفي هذا النوع من التقديم المعتمد على التقسيم يرتبط المفهوم بالكتابة والتسمية.

ويستخدم المستقيم المدرج كوسيلة مساعدة لتوضيح مفهوم العدد العشري، وذلك بمعلمة بعض التدرجات المحصورة بين تدرجتين تمثلان عددين طبيعيين متتابعين أو عددين عشريين.



وهكذا يتعرف التلاميذ على أن:

- كل جزء من هذه الوحدة (العشرة أجزاء) يسمى عشرا ويكتب: $\frac{1}{10}$ أو 0,1 .

- عشر مرات العشر هو الوحدة.

- كل جزء من العشر يسمى جزء المائة ويكتب: $\frac{1}{100}$ أو 0,01 .

- مائة مرة جزء المائة هو الوحدة.

- للعدد العشري كتابات مختلفة:

مثال:

* كتابة جمعية (بالكسور العشرية):

$$\frac{637}{100} = 6 + \frac{37}{100} = 6 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} = 6 + 0,37 = 6 + 0,3 + 0,07 = 6,37$$

* كتابة جمعية (بكتابات عشرية):

* كتابة عشرية (بالفاصلة):

$$6,37 = (6 \times 1) + (3 \times 1/10) + (7 \times 1/100) = (6 \times 1) + (3 \times 0,1) + (7 \times 0,01)$$

- للعدد العشري قراءات مختلفة:

مثال: العدد العشري 6,37 يقرأ: 6 فاصلة 37 ، أو 6 وحدات و 37 جزء المائة ، أو 6 وحدات و 3 أعشار و 7 أجزاء المائة ، أو 637 جزء المائة ،... الخ.

- الفاصلة تفصل بين الجزء الصحيح 6 والجزء العشري 37.....

- الجدول الاعتيادي للأعداد العشرية:

	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
	أحاد الألاف	مئات	عشرات	وحدات	أعشار	أجزاء المائة	أجزاء الألف
...				6	3	7	
...			2	5	7	8	

* بعد تقديم الأعداد العشرية عن طريق القياس بالوحدة الاعتيادية أو باستخدام مستقيم مدرج و يتم تطبيق مفهوم العدد العشري على القياسات في الأنظمة المترية على أساس أنها المجال العملي لتطبيقاتها ولإستثمارها، وخصوصا التحويلات والعمليات على القياسات.

- 4235

(2640 dag = 26,40kg)

و بنفس الطريقة لحساب الفرق يلجأ التلاميذ إلى التحويل وحساب الفرق

2640

26,40kg

على الأعداد ص. ط. ثم تحويل نتيجة الفرق من (dag) إلى (kg)

وتكون كتلة القمح المتبقية هي:

هذه الطريقة تساعد في بناء وتبرير التقنية الاعتيادية للطرح على الأعداد العشرية.

جـ التقنية الاعتيادية لعملية الطرح على الأعداد العشرية.

وضع وإنجاز عملية الطرح على الأعداد العشرية

يتم كالتدريج لتقنية الطرح على الأعداد الصحيحة

الطبيعية. وعلى غرار وضع وإنجاز تقنية الجمع

على الأعداد العشرية مع مراعاة وضع الفاصلة

(كما سبق)....

أجزاء المائة	أعشار	وحدات	عشرات
5	7	8	6
5	3	2	4
0	4	6	2

أو باختصار

68, 75

- 42, 35

26, 40

* بعد تعرف التلاميذ على تقنيات حساب المجموع أو الفرق على الأعداد العشرية يتم توسيع معارفهم باقتراح وضعيات متنوعة يوظف فيها: الجمع أو الطرح بالاحتفاظ بجمع عدة أعداد عشرية..... الخ.

* وفيما يتعلق بخصائص جمع وطرح الأعداد العشرية واستعمال الأقواس فيتم الإقتصار على ملاحظة المتعلمين لبعض هذه الخصائص وعلى استعمالها في إنجاز بعض الحسابات. غير أن الحساب الذهني الذي تعين ممارسته بانتظام يتيح فرصا عديدة لتطبيق هذه الخصائص بشكل جيد.

* كما أن معالجة وحل مسائل ذات بنية جمعية وطرحية وتتضمن أعدادا عشرية يندرج في إطار صيانة وتقوية ودعم مكتسبات المتعلمين عن طريق تأمين فهم جيد للعمليات التي تتضمنها هذه المسائل.....

د - بعض الأخطاء الشائعة عند وضع وإنجاز عمليتي الجمع والطرح في نطاق الأعداد العشرية.

الخطأ	أمثلة	نوع المعالجة
* عدم احترام الوضع العمودي للعملية (وضع غير سليم)	$\begin{array}{r} 24,35 \\ + 18 \\ \hline 24,53 \end{array}$	يمكن الرجوع مع المتعلمين إلى:
* جمع (أو طرح) كل جزء على حدة (الجزء الصحيح مع الجزء الصحيح والجزء العشري مع الجزء العشري)	$\begin{array}{r} 24,35 \\ + 18 \\ \hline 24,53 \end{array}$	- فهم كتابة العدد العشري انطلاقا من دلالة كل رقم في الكتابة العشرية بالفاصلة....
* وضع الفاصلة في النتيجة بقدر عدد أرقام الجزئين العشريين لحددي المجموع (أو الفرق)	$\begin{array}{r} 24,35 \\ + 18 \\ \hline 24,53 \end{array}$	- توضيح قاعدة موضوعة الفاصلة في الجداء (عدد الأرقام بعد الفاصلة في نتيجة الجداء هو عدد أرقام الجزء العشري للعدد العشري.....)
* إغفال وضع الفاصلة في نتيجة عملية الجمع (أو الطرح)	$\begin{array}{r} 24,35 \\ + 18 \\ \hline 24,53 \end{array}$	- كتابة الجداء على السطر: $24,35 \times 18 = 438,30$

6- ضرب الأعداد العشرية:

تتم مقارنة مفهوم الضرب في نطاق الأعداد العشرية على مرحلتين:

- ضرب عدد عشري في عدد صحيح طبيعي.

- ضرب عدد عشري في عدد عشري.

وفي كليهما نلجأ إلى وضعيات القياس (الأطوال، الحصة، الكتلة، السعة، المساحة.....)

أ- ضرب عدد عشري في عدد صحيح طبيعي. (ابتداء من السنة 4)

يتم تقديم مفهوم جداء عدد عشري في عدد صحيح طبيعي انطلاقا من وضعيات القياس.....

مثال: «شراء 3 دقات ثمن الواحد 2,40 درهما»

- المبلغ المؤدى بالدرهم هو: $2,40 \times 3$

وحساب الجداء يعمل الأستاذ على استدراج التلاميذ إلى:

✓ الطريقة الأولى:

- اللجوء إلى التحويل من الدرهم إلى السنتيم (C):

- حساب الجداء (باعتداد C كوحدة):

- التحويل من (C) إلى dh:

- الإجابة على السؤال بكتابة الجداء كالتالي:

- إذن المبلغ المؤدى هو 7,20 درهما.

✓ الطريقة الثانية:

- اللجوء إلى الجمع المتكرر (باعتداد dh كوحدة) فإن:

 $2,40 \times 3 = 2,40 + 2,40 + 2,40$ $2,40 \times 3 = 7,20$

- كتابة الجداء على السطر:

- إذن المبلغ المؤدى هو 7,20 درهما.

هاتان الطريقتان تسهمان في تبرير وبناء التقنية الاعتيادية.

✓ الطريقة الثالثة:

- اللجوء إلى التقنية الاعتيادية (كامتداد لتقنية الضرب على الأعداد ص.ط.)

مع مراعاة الوضع السليم (الجزء الصحيح تحت الجزء الصحيح)

وتوضيح قاعدة موضوعة الفاصلة في الجداء (عدد الأرقام بعد الفاصلة

في نتيجة الجداء هو عدد أرقام الجزء العشري للعدد العشري.....)

* بموازاة مع هذه الحسابات يتم تحسيس التلاميذ بخصائص الضرب على الأعداد العشرية (تبادلية، عنصر المحايد -

العنصر الماص - التوزيعية.....) وتوظيفها في حسابات..... مع عدم إهمال قواعد الحساب التقني المتعلقة ب:

- ضرب عدد عشري في 10 أو 100 أو واستخراج القاعدة ... (إزاحة الفاصلة نحو اليمين.....)

- ضرب عدد صحيح في 0,1 أو 0,01 أو واستخراج القاعدة ... (وضع الفاصلة إلى اليسار.....)

ب- ضرب عدد عشري في عدد عشري (ابتداء من السنة 5)

يتم تقديم جداء عدد عشري في عدد عشري آخر انطلاقا من وضعيات القياس (المساحة)

مثال: «أرضية غرفة مستطيلة الشكل قياس طولها 4,13m وقياس عرضها 3,2m....»

- قياس مساحة أرضية الغرفة بـ m^2 هو: $4,13 \times 3,2$

- تُعطى للتلاميذ فرصة لتعبئة مواردهم واعتماد استراتيجيات معينة لحساب الجداء:

✓ الطريقة الأولى:

* اللجوء إلى التحويل من m إلى cm: $4,13m = 413cm$ و $3,2m = 320cm$ - حساب الجداء (باعتداد cm^2 كوحدة): $413 \times 320 = 132160$ - التحويل من cm^2 إلى m^2 : $132160cm^2 = 13,216m^2$ - كتابة الجداء على السطر: $4,13 \times 3,2 = 13,216$ - إذن قياس مساحة أرضية الغرفة هو: $13,216m^2$

هذه الطريقة تسهم في بناء وتبرير التقنية الاعتيادية للضرب في نطاق الأعداد العشرية.

240

× 3

720

2.40

+ 2.40

+ 2.40

7.20

2.40

× 3

7.20

413

× 320

000

826

1239

132160

جرد لدروس الأعداد العشرية بالمدرسة الابتدائية (المتمتعة بالكتاب المدرسي)

الاستوى	المراجع	رقم الصفحة		رقم الدرس	عنوان الدرس	أهداف الدرس
		نابل	كتاب التلميذ			
الرابع	المفيد في الرياضيات	202	81	32	الأعداد العشرية (1)	- تعرف وتسمية وكتابة الأعداد العشرية
		208	83	33	الأعداد العشرية (2)	- التعرف على دلالة كل رقم في كتابة عشرية (بالفاصلة) انطلاقاً من موقعه - التعبير عن قياس بالتمثيل أعداد عشرية - تحديد موقع عدد عشري على مستقيم مدرج
		217	87	35	الأعداد العشرية: مقارنة وترتيب	- مقارنة وترتيب الأعداد العشرية
		151	76	29	الأعداد العشرية (1)	- الانتقال من كتابة كسرية إلى كتابة بالفاصلة - تعرف وتسمية وكتابة أعداد عشرية (من رقم 1 و رقمين بعد الفاصلة) - تعرف دلالة كل رقم في كتابة عشرية بالفاصلة - تعرف الجزء الصحيح والجزء العشري لعدد عشري - تحديد موقع عدد عشري على مستقيم مدرج
الجيد في الرياضيات	في	158	80	31	الأعداد العشرية (2)	- تعرف وتسمية وكتابة أعداد عشرية (من رقمين أو ثلاثة أو رقم بعد الفاصلة) - تعرف الجزء الصحيح والجزء العشري لعدد عشري (من رقمين أو ثلاثة بعد الفاصلة) - تحديد موقع عدد عشري على مستقيم مدرج
		172	88	35	الأعداد العشرية (3)	- مقارنة وترتيب الأعداد العشرية بالتمثيل الرمزي: < , > و بدونهم - استعمال الأعداد العشرية للتعبير عن قياسات مختلفة (أطوال، كتل، عمق، ...)
		97	59	15	الأعداد العشرية (1): قراءة وكتابة مقارنة وترتيباً - تأمل	- التعرف على القواعد الأساسية الخاصة بكتابة وقراءة أعداد عشرية - مقارنة وترتيب الأعداد العشرية - محصر عدد عشري بين عددين عشريين - تأخير عدد عشري بواسطة عددين عشريين و بواسطة عددين طبيين - تحديد قيمة مقربة لعدد إلى وحدة معينة بتقريب أو بقرط
الخامس	التجاح في الرياضيات	154	58	19	الأعداد العشرية (1)	- التفكير بمفهوم العدد العشري - تعرف العلاقة بين عدد عشري و عدد كسري
		157	60	20	الأعداد العشرية (2)	- مقام العدد العشري - ترتيب الأعداد العشرية ترتيباً تصاعدياً و تنازلياً
السادس	الجيد في الرياضيات	78	78	4	الأعداد العشرية	- قصة وكتابة و تمثيل أعداد عشرية - تعرف دلالة كل رقم في عدد عشري - القدرة على تحويل كسر عشري إلى عدد عشري أو العكس - مقارنة وترتيب و تمثيل أعداد عشرية - تعرف القيم المقربة إلى 0,1 و 0,01 بتقريب أو بقرط
		20	20	5	الأعداد العشرية: قراءة وكتابة مقارنة وترتيباً - تأمل	- تمثيل القواعد الأساسية لكتابة و قراءة الأعداد العشرية - مقارنة وترتيب و تأطير الأعداد العشرية

8- تأطير الخارج: الخارج المقرب بتقريب و بقرط

حساب القيم العشرية المقربة إلى 1 ؛ 0,1 ؛ 0,01 ؛ بتقريب أو بقرط للخارج ينطلب التحكم في تأطيرات الخارج بواسطة عددين طبيين متتابعين أو بواسطة عددين عشريين.

مثال: نعتبر القسمة: $256,87 \div 7,8$

$$\begin{array}{r} 7,8 \\ 256,87 \\ \underline{228} \\ 277 \\ \underline{250} \\ 270 \\ \underline{250} \\ 20 \end{array}$$

* لدينا $2568,7 = (78 \times 32) + 72,7$
إذن $256,87 = (7,8 \times 32) + 7,27$

و $78 \times 32 < 2568,7 < 78 \times 33$ إذن $7,8 \times 32 < 256,87 < 7,8 \times 33$
• 32 هو الخارج الصحيح المقرب إلى 1 بتقريب للعدد 256,87 على 7,8.
• 33 هو الخارج الصحيح المقرب إلى 1 بقرط للعدد 256,87 على 7,8.

* لدينا $2568,7 = (78 \times 32,9) + 0,25$ إذن $256,87 = (7,8 \times 32,9) + 0,25$
و $78 \times 32,9 < 2568,7 < 78 \times 33$ إذن $7,8 \times 32,9 < 256,87 < 7,8 \times 33$
• 32,9 هو الخارج المقرب إلى 0,1 بتقريب للعدد 256,87 على 7,8.
• 33,0 هو الخارج المقرب إلى 0,1 بقرط للعدد 256,87 على 7,8.

* لدينا $2568,7 = (78 \times 32,93) + 0,016$ إذن $256,87 = (7,8 \times 32,93) + 0,016$
و $78 \times 32,93 < 2568,7 < 78 \times 32,94$ إذن $7,8 \times 32,93 < 256,87 < 7,8 \times 32,94$
• 32,93 هو الخارج العشري المقرب إلى 0,01 بتقريب للعدد 256,87 على 7,8.
• 32,94 هو الخارج العشري المقرب إلى 0,01 بقرط للعدد 256,87 على 7,8.

وهكذا.....

الأعداد الكسرية

الكفايات المستهدفة	الأهداف
تعرف العدد الكسري	- مقاربه مفهوما عدد كسري - قراءة وتسمية وكثاؤه عدد كسري - استعمال الأعداد الكسرية للتعبير عن بعض القياسات - تمثيل بعض الأعداد الكسرية على خط مستقيم مدرج
التعبير عن عدديات كسرية مختلفة	- التعرف على كسرين متساويين - البحث عن الأليات الكسرية لعدد كسري باستعمال القاعدة تين الأساسيتين - التعبير عن الأعداد الكسرية العشرية والأعداد الكسرية غير العشرية - استعمال أعداد كسرية
- توحيد مقامي عددين كسرين في وضعية بسيطة - مقارنته وترتيب الأعداد كسرية	- تعرف الإجراءات المتبعة لتوحيد مقامات أعداد كسرية - مقارنة وترتيب أعداد كسرية لها نفس المقام - - - - ليس لهما نفس المقام
تعرف مجموع وترق عددين كسريين	- حساب مجموع عددين كسريين لهما نفس المقام - - - حساب فرق عددين كسريين لهما نفس المقام - - - ليس لهما نفس المقام
تعرف جداء عددين كسريين	- حساب جداء عددين كسريين (أو أكثر) - - - - عدد صحيح وعدد كسري - عدد كسري وعدد كسري
تعرف خارج عددين كسريين	- تعرف مقلوب عدد كسري - حساب خارج عددين كسريين
- معالجة مسائل تتطلب حسابات على الأعداد الكسرية - حل مسائل تتضمن عمليات حسابية على الأعداد العشرية والكسرية (في المجال العددي أو الهندسي أو القياس)	- التعامل مع مسائل تتطلب حسابات على الأعداد الكسرية - حل مسائل تتضمن عمليات حسابية على الأعداد العشرية والكسرية (في المجال العددي أو الهندسي أو القياس)

الأعداد الكسرية

- مقدمة:** تقدم الأعداد الكسرية ابتداء من السنة الخامسة من التعليم الابتدائي بعد تعرف التلاميذ على الأعداد الصحيحة والطبيعية والأعداد العشرية مع الكسور العشرية.
- تقديم الأعداد الكسرية**
في السنة الرابعة تم تقديم الأعداد العشرية انطلاقا مما يعطى الأنشطة التي تثير التلاميذ بعدم كفاية الأعداد الصحيحة الطبيعية والحاجة إلى أعداد جديدة. وفي نفس هذا السياق فإن بعض الأنشطة التي تتعلق بمواضع مبنية تعتمد على التقسيم (تقسيم قطعة مستقيمة إلى عدة قطع متساوية، تقسيم سطح إلى عدة سطوح متكافئة...) أو على التدرج (تدرج نصف مستقيم أو ربع دائرة...) تقود إلى تقديم العدد الكسري باعتبار خارج عددين صحيحين طبيعيين وتبعاً لذلك فإن الكسرية تعبر عن خارج a على b وتقرأ a على b (حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $b \in \mathbb{N}^*$).
مثال:

 - باعتبار الشريط وحدة لقياس الأطوال فإن الجزء المظلل بالشريط هو $\frac{3}{5}$
باعتبار ربع دائرة وحدة لقياس المساحة فإن ربع الدائرة في الإناويثل $\frac{2}{5}$
 $\frac{3}{5}$ عدد كسري بسيط 2 ومقامه 5.

- التساوي - الاختزال**
تهدف هذه الفقرة إلى تذكير التلاميذ بـ:
- التعبير عن كل عدد كسري بكتابة كسرية مختلفة انطلاقا مما تعطينا الأمثلة التالية:
" ضرب البسط والمقام أو قسمتهما، إن أمكن، على نفس العدد الصحيح غير المنعدم"
- الانساق، بالنسبة للأعداد العشرية، من الكتابة العشرية إلى الكتابة الكسرية والعكس بالعكس وكذا التجميع بين الأعداد الكسرية والعشرية والأعداد الكسرية غير العشرية...
- استعمال أو تبسيط الأعداد الكسرية...
مثال 1:
باعتبار القوس وحدة لقياس الأطوال فإن:
قياس مساحة الجزء المظلل في كل فرض هي:
مثال 2:
الخارج المتوسط للعدد 118 على 33 ليس عدداً عشرياً فهو العدد الكسري $\frac{118}{33}$
مثال 3:
الخارج المتوسط للعدد 118 على 33 ليس عدداً عشرياً فهو العدد الكسري $\frac{118}{33}$
- توحيد المقامات**
تسعى الأنشطة المقترحة في هذا الموضوع إلى اكتساب التلاميذ مهارة توحيد مقامي عددين كسريين أو مقامات أعداد كسرية والتي تعتمد على الأساسيات الكسرية لعدد كسري باستعمال القاعدتين الأساسيتين.
(أنظر الكتب المدرسية)

ملحوظة

- * ينبغي معالجة هذا الموضوع مع التلاميذ معتمدًا على مبدأ التدرج:
- توحيد مقامين عدديين كسريين ثم مقامات عددين كسريين.
- دون محاولة تحديد المقام المشترك الأصغر ثم بعد ذلك مطالبة التلاميذ بتحديد أصغر مقام مشترك ...
- * إن تمكن التلاميذ من معرفة توحيد المقامات سيساعد على استعمال هذه المهارات لمقارنة
- وترتيب الأعداد الكسرية وإلى اعتمادها لحساب المجموع والفرق على الأعداد الكسرية في الدروس اللاحقة

5- الأعداد الكسرية: المقارنة والترتيب

إن الخلاصة من وضعيات ملحوظة، يمارس التلاميذ بعض الأنشطة التي تقودهم إلى استنباط القاعدة التي تتيح ترتيب عددين كسريين (أو أكثر) لهما نفس المقام، ثم ترتيب عددين كسريين (أو أكثر) مختلفي المقام بعد توحيد مقاميهما. دون إغفال التطرق إلى بعض الحالات الخاصة: ترتيب عددين كسريين لهما نفس البسط وكذا مقارنة عدد كسري مع 1.

(أنظر الأنشطة المقترحة في الكتب المدرسية (كتاب الأستاذ وكتاب التلميذ))

6- الأعداد الكسرية: المجموع والفرق

إن خلاصة وضعيات مستتقة من المحيط المعيش يتم اكتساف القاعدة التي تتيح حساب مجموع عددين كسريين (أو أكثر) لهما نفس المقام ثم تجميعهما على أي عددين كسريين (أو أكثر) مشتركين توحيد المقامات.

ويتم حساب الفرق بين عددين كسريين بنفس المنهج الذي تم اعتماده في حساب مجموع عددين كسريين وذلك عن طريق إتمام متساويات من قبيل $\frac{9}{7} = \dots + \frac{5}{7}$

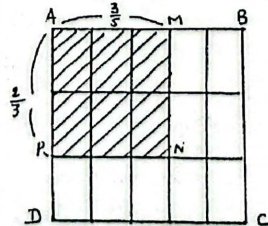
(الفرق بين عددين كسريين هو العدد الذي ينبغي إضاافته للعدد الكسري الثاني للحصول على العدد الأول وفي هذا الصدد ينبغي أن ينصب الاهتمام في البداية على حساب الفرق بين عددين كسريين لهما نفس المقام قبل الانتقال إلى حساب الفرق بين عددين كسريين مختلفي المقام مع إشعار التلاميذ بأن فرق عددين كسريين لا يمكن دائما حسابه.

(أنظر الأنشطة المقترحة في الكتب المدرسية)

7- الأعداد الكسرية: الجداء

يتم حساب جداء عددين كسريين عن طريق وضعيه يوظف فيها مفهوم المساحة بشكل عام ومساحة المستطيل بشكل خاص حيث يتم حساب هذه المساحة بطريقتين مختلفتين إحداهما باستعمال صيغة حساب مساحة المستطيل والأخرى باستعمال التعداد يعني تعداد عدد الخانات المكونة للشكل.

مثال: باعتبار المربع ABCD وحدة لقياس المساحات والقطع [AB] وحدة لقياس الأطوال فإن:



مساحة المستطيل AMNP (الجزء المظلل) هي:

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \quad \text{*(باستعمال صيغة حساب مساحة المستطيل)}$$

$$\frac{4}{9} \quad \text{*(باستعمال تعداد عدد الخانات المظلمة)}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

وبالتالي: $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$... ويكتشف التلاميذ صيغة جداء عددين كسريين

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{5 \times 3}$$

بعد تعرف التلاميذ على صيغة حساب جداء عددين كسريين يتم التطرق إلى خاصية التبادلية للفرق ثم حساب جداء عدة أعداد كسرية مع استعمال الأقواس والاختزال دون إغفال جداء عدد صحيح في عدد كسري وجداء عدد عشري في عدد كسري باعتبار أن العدد الصحيح أو العدد العشري يمكن كتابته على شكل كسرية.

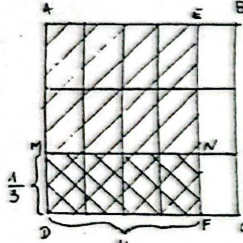
8- الأعداد الكسرية: الخارج

حساب خارج عددين كسريين يمكن ربطه بالجداء عن طريق إتمام متساويات من قبيل $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \dots \times \frac{5}{2}$ أو $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \dots \times \frac{5}{2}$

لقد افترضنا ينصب الاهتمام في البداية على جعل المقامات متساوية على مقلوب عدد كسري مع التركيز على كيفية الحصول عليه ثم الانتقال بعد ذلك إلى استدرار جميع الاستنباطات صيغة خارج عدد كسري على عدد صحيح أو على عدد كسري في الحالة العامة.

للتفصيل صيغة خارج عدد كسري على عدد كسري في الحالة العامة.

مثال: باعتبار المربع ABCD وحدة لقياس المساحات والقطع [AB] وحدة لقياس الأطوال فإن:



مساحة المستطيل AEFD هي $\frac{4}{5}$

مساحة المستطيل MNFD هي $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$

يستنتج التلاميذ أن $\frac{4}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{1}$

"أي لقسمه عدد كسري على عدد صحيح ففرق العدد الكسري في مقلوب العدد الصحيح"

نستنتج من التلاميذ لاستخلاص القاعدة:

"لقسمه عدد كسري على عدد كسري آخر ففرق العدد الأول في مقلوب العدد الثاني"

أمثلة: $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$

ملحوظة: تستعمل كل من الكتابين $\frac{6}{7} \div \frac{5}{4}$ و $\frac{6}{7} \div \frac{5}{4}$ للتعبير عن خارج العدد $\frac{6}{7} \div \frac{5}{4}$ على $\frac{5}{4}$

ملحوظة: لتوسع وتعميق مكتسبات التلاميذ في مجال الأعداد والحسابات عليها ينبغي التطرق

إلى وضعيات مندمجة (مسائل مختارة من الحياة اليومية تعطي جميع الحالات العددية العشرية لقياس

تتطلب إجراء عمليات على الأعداد العشرية والكسرية وذلك بغية تدعيم وتوطيد

التلاميذ في مجال الحساب ...

9- بعض الأخطاء الشائعة لدى التلاميذ:

الخطأ: ينسى صيغتي الجمع (أو الفرق) والضرب على الأعداد الكسرية:

$$\text{مثال: } \frac{11}{8} + \frac{2}{7} \stackrel{?}{=} \frac{11+2}{8+7} \quad \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} \stackrel{?}{=} \frac{5 \times 3}{4 \times 4} \quad \frac{5}{4} + \frac{3}{4} \stackrel{?}{=} \frac{5+3}{4+4}$$

$$\frac{3}{9} - \frac{3}{5} \stackrel{?}{=} \frac{8-3}{9-5} \quad \frac{6}{5} \times 3 \stackrel{?}{=} \frac{6 \times 3}{5 \times 3} \quad \frac{6}{5} \times 3 \stackrel{?}{=} \frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6}{5}$$

$$\frac{6}{5} \times 3 \stackrel{?}{=} \frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6}{5} \quad \frac{6}{5} \times 3 \stackrel{?}{=} \frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6}{5}$$

$$\frac{5}{7} \text{ هو مقلوب } \frac{7}{5} \text{ ويكتب } \frac{7}{5} \stackrel{?}{=} \frac{5}{7} \quad \frac{10}{14} \text{ ليس مقلوباً للعدد } \frac{5}{7} \stackrel{?}{=} \frac{10}{14}$$

$$\frac{5}{7} \text{ هو مقلوب } \frac{7}{5} \text{ ويكتب } \frac{7}{5} \stackrel{?}{=} \frac{5}{7} \quad \frac{10}{14} \text{ ليس مقلوباً للعدد } \frac{5}{7} \stackrel{?}{=} \frac{10}{14}$$

$$\frac{5}{7} \text{ هو مقلوب } \frac{7}{5} \text{ ويكتب } \frac{7}{5} \stackrel{?}{=} \frac{5}{7} \quad \frac{10}{14} \text{ ليس مقلوباً للعدد } \frac{5}{7} \stackrel{?}{=} \frac{10}{14}$$

أنشطة القياس

جميع مواضيع القياس المقترح تدريسها بمستويات المدرسة الابتدائية والمتوسطة بالمقادير: الطول، الكتلة، السعة، المساحة، الحجم، الزمن... باعتبارها مفاهيم قابلة للقياس، تتحكم فيها الثوابت البيداغوجية والمعرفية التالية:

على المستوى البيداغوجي:

- تقديم وضعيات قياس تُعطى للقياس بُعدا تشاؤلياً والعملية.
- جعل هذا العمل التناولي رافداً للممارسة الكتابية والتعبير عن نتائج القياس.
- الربط بين الجانبين النظري والعملية ممارسة القياس وذلك بالربط بين القياس كعدد وانجاز أو تحقيق المقدار الفيزيائي (طول، كتلة، سعة، مساحة...) الذي يمثله هذا القياس.

على المستوى المعرفي:

- مقارنة المقادير (الطول، الكتلة، السعة...) باعتبارها مفاهيم الاحتفاظ، والذي يعني عدم تغييركم المقدار رغم التغيرات الشكلية التي تطرأ عليه.
- استخدام المقارنة ثم الترتيب إما بشكل مباشر إن كان ذلك ممكناً أو بشكل غير مباشر إن تعذر ذلك، اعتماداً في مرحلة أولى على الوحدة الاعتبارية، ثم إدراج بعض الوحدات الاصطناعية في مرحلة ثانية والتي تستمد مشروعيتهما من وحدة الاحتفاظ.
- القيام بالتقويات على القياسات باستخدام جدول للقول أو دوى استخدام لإظهار العلاقة بين وحدات القياس.
- إجراء الحسابات على قياسات المقادير والتي تُترجم على مستوى المناولة في نوع التغيرات التي تطرأ على المقادير الفيزيائية (الإضافة، الإزالة، التكرار...).
- وعند معالجة أنشطة القياس فمن المفيد أن يتم التأكيد على استعمال أدوات القياس (مسطرة مدرجة، ميزان، أنابيب...) استعمالاً صحيحاً والابتعاد عن حصر هذه الأنشطة في إجراء تحويلات أو حسابات، إذ الأساس في هذه الأنشطة هو اكتساب المتعلم معارف ومهارات قابلة للتوظيف والاستثمار العملي.

ملحوظة:

- نظراً لمكانة مواضيع القياس تكتسب طابعاً فيزيائياً، فإن مادة الرياضيات تستلزم مع مادة النشاط العلمي الأمر الذي سيساعد على إغناء رصيدهم المعرفي في هذا المجال.
- ينبغي الإطلاع على البرنامج والمقرر لكل مستوى دراسي من أجل معرفة المقدار الذي نتعامل معه وفي أية حدود...

مفهوم الطول وقياس الطول.

يقدم مفهوم الطول وقياس الطول بالمدرسة الابتدائية (بدءاً من السنة الأولى) انطلاقاً من أنشطة التصنيف والترتيب لأشياء فيزيائية تُعالج طولها، حيث يقوم المتعلمون بمقارنة الأطوال وتحقق العلاقات: "أطول من"، "أقصر من"، "تساوي نفس الطول"، وذلك باعتبارها الخطوات التالية:

* المقارنة المباشرة:

- بالإدراك البصري (في حالة الأطوال المتباينة).
- بوضع الأشياء جنباً إلى جنب أو بالتطابق (إن كان ذلك ممكناً)...

* المقارنة غير المباشرة:

- باستخدام أداة مساعدة: أنسوخ، خيط، بركار... (في حالة الأطوال غير المتباينة للأشياء والثابتة...)
- باعتماد وحدات اعتباطية (غير شرعية) باعتماد خنثوية أو شريط أو... كوحدة لقياس الطول. حيث يُعتبر بعدد نماذج يمتلئ الطول بالنسبة للوحدة المختارة وهذا العدد هو قياس الطول، ويدرك المتعلم أن هذا القياس (العدد) يتغير بتغير الوحدة (مثلاً باعتماد الشريط كوحدة للقياس) مما يؤدي إلى ظهور اختلاف...
- * تقديم الوحدات الاعتبارية (لتفادي الاختلاف) حيث يتم إدراج الوحدة الأساسية وأجزاءها ومضاعفاتها (خلال مختلف المستويات) والتعرف على العلاقة التي تربط بين هذه الوحدات.
- * استعمال أدوات قياس الطول (مصحف، الديسكو، المسطرة المدرجة، المتر الشريطي...) للقيام بقياسات لقطع مستقيمة، أطوال، محيطات... معلومة.
- للقيام بإنشاءات لقطع مستقيمة، مضلعات... بمعرفتنا قياسات، مع إقدار التلميذ على الاستخدام السليم والدقيق للوسيلة.

* القيام بالتحويلات على القياسات.

حيث تجرى تحويلات ملائمة من وحدة إلى أخرى (في حدود الاعتماد المدرسية) باستخدام الجدول في البداية، ثم محاولة التحليل عن استعماله تدريجياً وكما كان ذلك ممكناً...

* إجراء حسابات على قياسات.

حيث تتم حسابات بسيطة على قياس الأطوال (المجموع، الفرق...) حسب محيطات... وتعالج وضعيات ومسائل تحليل وإجراء حسابات على الأطوال (المجموع، الفرق...).

ملحوظة:

ينبغي الإطلاع على الوصيات والأنشطة المقررة في مختلف الكتب المدرسية (كتاب الأستاذ، كتاب التلميذ)...