

Centre des Métiers d'Education et de Formation
Casablanca- Settat
Annexe Provinciale de Settat

Cycle de préparation au concours d'agrégation
Sciences Industrielles de l'Ingénieur SII
Ingénierie Mécanique

TRAVAUX PRATIQUES

METHODE DES ELEMENTS FINIS APPLIQUEE A LA MECANIQUE DES STRUCTURES (RDM6)

Encadrement des épreuves d'admission du concours externe.
Exploitation pédagogique d'une activité pratique relative à
l'approche spécialisée d'un système pluritechnique

M'hammed EL ALLAMI

m.elallami@gmail.com

Table des matières

Table des matières	1
Chapitre 1 METHODE DES APPLIQUEE A LA MECANIQUE DES STRUCTURES RDM6 ELEMENTS FINIS	2
1.1 Etapes à suivre.....	2
1.2 Discrétisation d'un domaine	2
1.3 Etapes de la modélisation.....	3
1.4 Principe du maillage par bloc.....	3
TP1 EPROUVETTE EN TRACTION AVEC CONCENTRATIONS DE CONTRAINTES	5
TP2 POUTRE EN FLEXION SIMPLE.....	7
TP3 ETUDE D'UN PONT EN VIBRATIONS TRANSVERSALES	10
TP4 CYLINDRE SOUS PRESSION.....	13
Chapitre 2 RDM6 Ossature	16
2.1 Présentation	16
TP5 : TRELLIS ISOSTATIQUE	17
TP6 TRELLIS HYPERSTATIQUE.....	19

METHODE DES APPLIQUEE A LA MECANIQUE

DES STRUCTURES

RDM6 ELEMENTS FINIS

1.1 Etapes à suivre

Il est conseillé de suivre les étapes suivantes pour chaque TP :

1. Commencer par dessiner la géométrie,
2. Appliquer un maillage par blocs,
3. Enregistrer sous l'extension .geo,
4. Choisir le modèle (contraintes planes par exemple),
5. Définir le matériau, l'épaisseur, les appuis, les charges, ...
6. Lancer le calcul statique ou des modes propres,
7. Entrer les paramètres si nécessaire,
8. Enregistrer sous l'extension .cal

1.2 Discrétisation d'un domaine

Le mailleur par blocs ou mailleur structuré permet la discrétisation d'un domaine plan en :

- triangles 3 ou 6 noeuds.
- quadrilatères 4, 8 ou 9 noeuds.

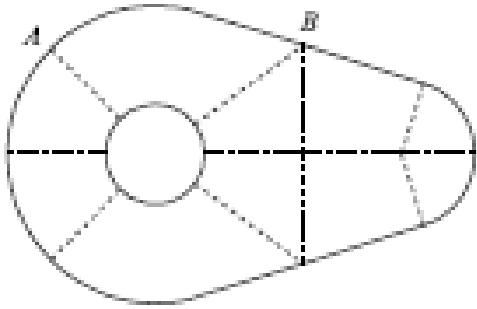
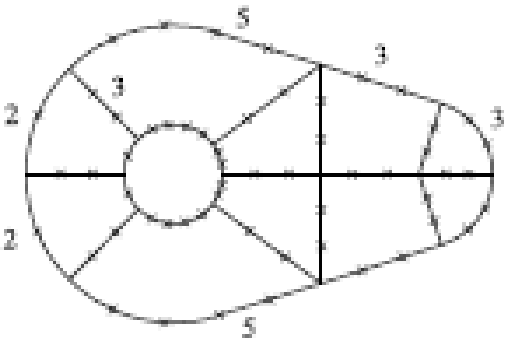
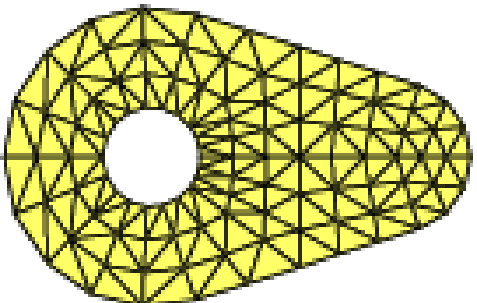
A bords droits ou curvilignes.

Le domaine est découpé en sous-domaines de topologies simples (triangle ou quadrangle).

Ces sous-domaines sont ensuite discrétisés par le mailleur en éléments.

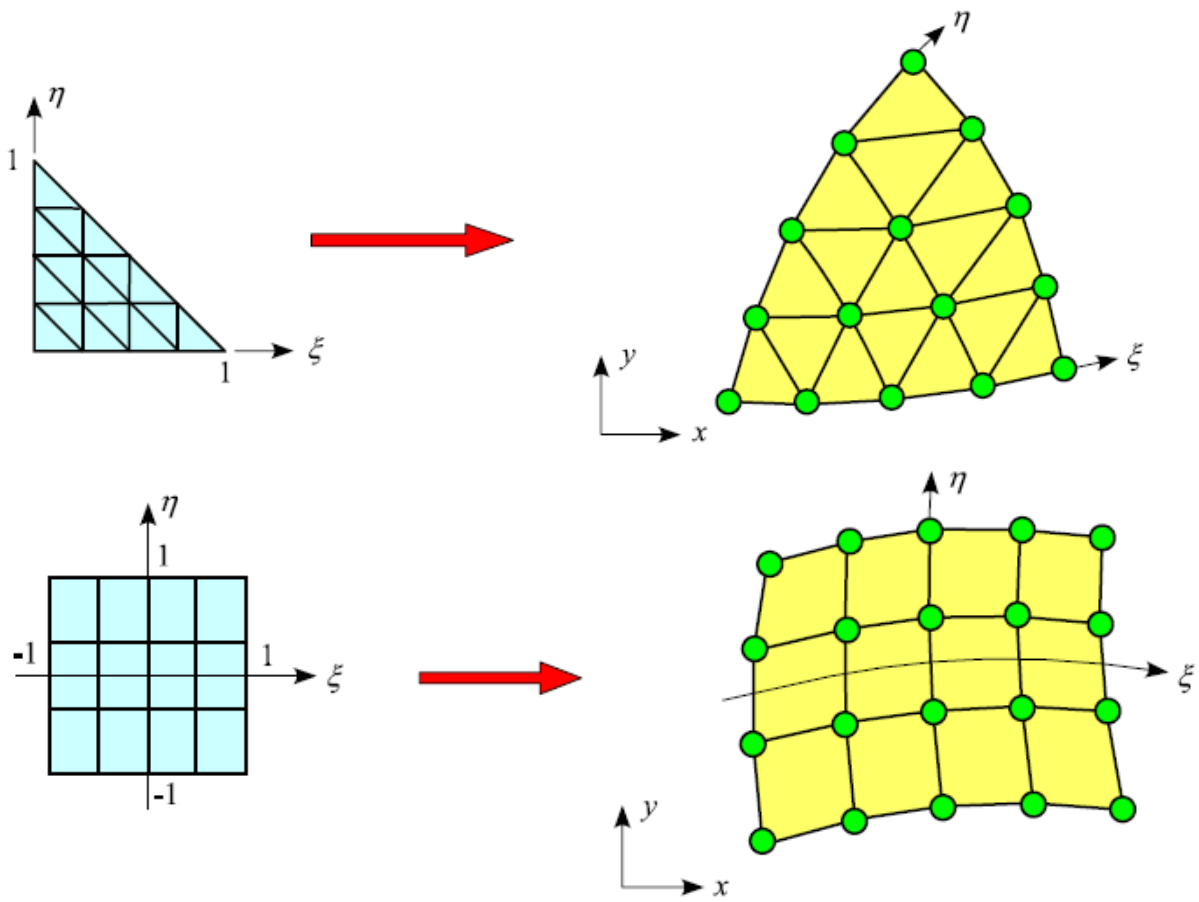
La densité du maillage est définie par la donnée du nombre d'éléments à générer le long des arêtes des sous-domaines.

1.3 Etapes de la modélisation

	1. Modélisation de la géométrie du contour extérieur de la pièce : Fermé, en trait continu, formé de segments et d'arcs 2. Construction des sous-domaines : pré-maillage du domaine : Segments et arcs en trait pointillé.
	3. Maillage des arêtes des sous-domaines : Densité du maillage est définie par le nombre d'éléments à générer le long d'une arête.
	4. Choix du type d'élément Triangle ou Quadrangle Puis maillage du domaine.

1.4 Principe du maillage par bloc

A chaque sous-domaine, on associe un domaine de référence (triangle ou quadrangle). Ce dernier est discrétisé régulièrement. Le maillage de référence est ensuite transporté sur le sous-domaine réel.



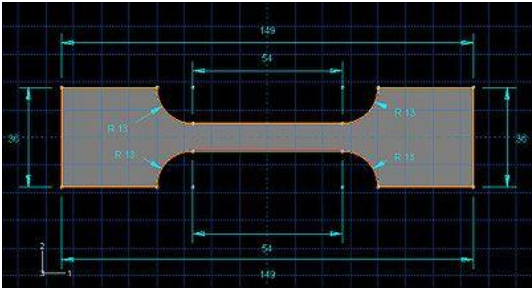
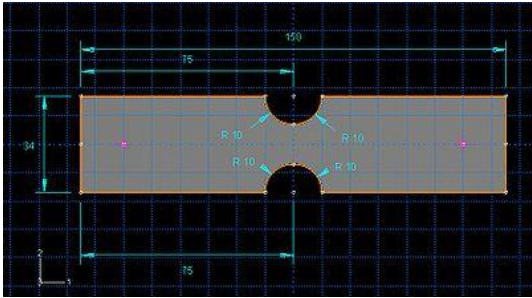
TP1

EPROUVETTE EN TRACTION AVEC CONCENTRATIONS DE CONTRAINTES

OBJECTIFS DU TP

- Mettre en évidence le phénomène de concentration de contraintes.
- Calculer le coefficient de concentration de contraintes K_t .

ÉPROUVETTES UTILISEES

Éprouvette n° 1	Éprouvette n° 2
	
R13	R10
Longueur L = 149 mm Largeur l = 36 mm Partie centrale de longueur 54 suivie d'arrondis de rayon R13	Longueur L = 150 mm Largeur l = 34 mm. Entaille circulaire de rayon R10
Épaisseur e = 5,6 mm Matériaux : acier, module de Young E = 210 GPa, coefficient de poisson $\nu = 0.3$ L'éprouvette est soumise à une traction sur les extrémités avec une pression de 100MPa.	

Nota : Dans ce TP, on utilisera l'éprouvette type 1

ETUDE THEORIQUE (THEORIE DE L'ELASTICITE LINEAIRE)

- Justifier pourquoi on a un état plan de contraintes,
- Ecrire la forme du tenseur des contraintes $\bar{\sigma}$.

SIMULATION ELEMENTS FINIS

- Prendre un Maillage quad : 5 éléments (puis 10, 20 et 30) sur les faces face supérieures et les bords.

- Représenter (imprime écran), la répartition des contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} .

ZONE CENTRALE DE LA PIECE ET ZONES EXTREMES DE LA PIECE (LOIN DES ARRONDIS)

- Pour les deux zones, analyser les contraintes suivant les 3 directions puis écrire leur tenseur des contraintes $\bar{\sigma}_{cent}$ et $\bar{\sigma}_{ext}$
- Déduire le type de sollicitation à la quelle est sollicitée l'éprouvette.

La contrainte équivalente de Von Mises est donnée par la relation théorique suivante :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2}{2} + \frac{(\sigma_{11}-\sigma_{33})^2}{2} + \frac{(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2}{2} + 3(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)}$$

- Trouver la valeur de la contrainte équivalente de Von Mises en utilisant la relation théorique puis par le calcul numérique des éléments finis.

Relation théorique	Calcul EF
$\sigma_{eq(th)} =$	$\sigma_{eq(EF)} =$

- Conclure.

ZONES DES ARRONDIS

Suivant la direction x, on constate qu'il y a une concentration de contraintes.

Ce phénomène de concentration de contrainte se produit au voisinage d'un accident géométrique, tel qu'un trou, arrondi, épaulement, filetage, taraudage, etc.

Le coefficient de concentration de contraintes K_t est défini par le rapport entre la contrainte réelle et la contrainte nominale :

$$K_t = \frac{\sigma_{réelle}}{\sigma_{nom}}$$

- Analyser la contrainte σ_{xx} puis calculer le coefficient de concentration de contraintes K_t .

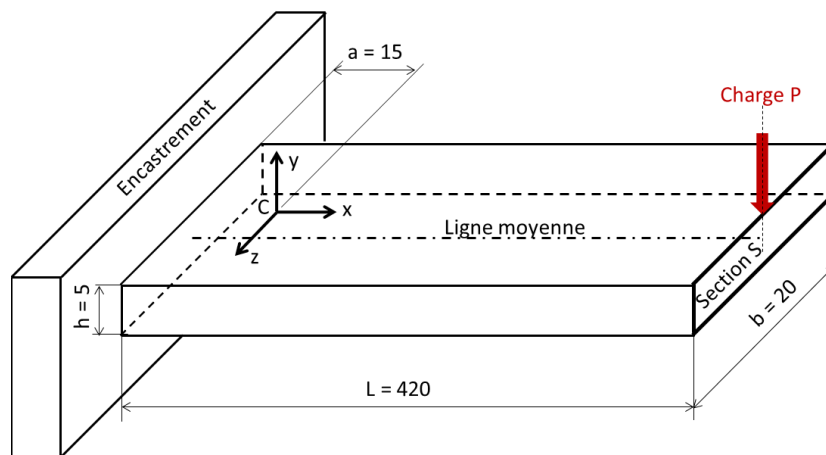
TP2

POUTRE EN FLEXION SIMPLE

OBJECTIFS DU TP

- Comparer les résultats de la théorie des poutres aux valeurs de simulations par éléments finis et aux simulations expérimentales.
- Mettre en évidence les modèles : Poutre, Membrane et Plaque.

POUTRE UTILISEE



Matériau : $E=207.000$ MPa, $\nu=0,3$

Charge : $P=4.905$ N

ETUDE THEORIQUE

- Calculer le moment quadratique I_{Gz} de la poutre.
- Déterminer les actions aux liaisons.
- Déterminer les expressions de T_y et de M_{fz} .
- Tracer les diagrammes de T_y et de M_{fz} .
- Calculer $\sigma_{xx}(TH)$ la contrainte normale au point C.
- Calculer $Y(POU)$ le déplacement au point de l'application de la charge en utilisant la théorie de poutres.
- Calculer $Y(PLA)$ le déplacement au point de l'application de la charge en utilisant la théorie de plaques minces.

SIMULATION EXPERIMENTALE

La simulation expérimentale se fait sur l'Appareil d'Étude des jauges de déformations du laboratoire de mécanique des structures.

- Mesurer $Y(EXP)$ le déplacement au point de l'application de la charge à l'aide d'un comparateur.

- Relever la valeur de déformation longitudinale ϵ_{xx} au point C puis déduire σ_{xx} (EXP) la contrainte normale.

SIMULATION NUMERIQUE

La simulation numérique utilise trois modèles

MODÈLE POUTRE

Le volume constituant la poutre peut être représenté par sa ligne moyenne de longueur $L=420$ mm et de section droite rectangulaire $S= b.h =20 \times 5$.

Utiliser le logiciel d'Éléments Finis RDM6 (Module Flexion ou Ossature) pour modéliser cette ligne.

MODÈLE MEMBRANE

Le volume constituant la poutre peut être considéré comme une membrane de dimensions $L.h$ 420 x 5 et d'épaisseur $b= 20$ mm.

Utiliser le logiciel d'Éléments Finis RDM6 (Elasticité- thermique) pour modéliser cette membrane. Prendre 68 éléments Q8 (quadrangle à 8 nœuds) dans la longueur (240 mm) et 1 élément Q8 dans la hauteur (5 mm).

MODÈLE PLAQUE

Le volume constituant la poutre peut être considéré comme une plaque de dimensions $L.b$ 420 x 20 et d'épaisseur $h= 5$ mm

Utiliser le logiciel d'Éléments Finis RDM6 (Flexion des plaques) pour modéliser cette plaque. Prendre 34 éléments Q4 (quadrangle à 4 nœuds) dans la longueur (240 mm) et 2 éléments Q4 dans la largeur (20mm).

- Pour chaque modèle, Relevez la valeur de la contrainte normale σ_{xx} au point C et Y le déplacement au point de l'application de la charge

SYNTHESES ET CONCLUSION

Remplir le tableau de synthèse :

	Théorie des poutres (Référence)	Expérience	MEF Modèle poutre	MEF Modèle Membrane	MEF Modèle Plaque
Y (mm)					

Erreur relative (%)					
σ_{xx} (MPa)					
Erreur relative (%)					

- Comparer la valeur de la contrainte théorique aux valeurs expérimentales et aux valeurs des modèles EF. Conclure.
- Comparer la valeur du déplacement théorique (poutre) et (plaque) puis aux valeurs expérimentales et aux valeurs des modèles EF. Conclure.

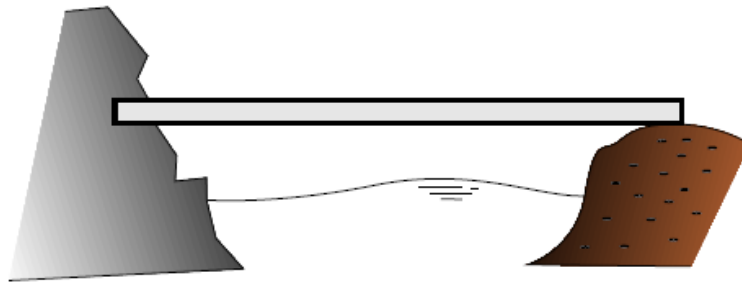
TP3

ETUDE D'UN PONT EN VIBRATIONS TRANSVERSALES

OBJECTIFS DU TP

- Calculer les fréquences propres f_0 du pont par les trois méthodes : analytique, approximation de Rayleigh et par simulation éléments finis.
- Comparer les résultats des trois méthodes en calculant l'erreur relative.
- Choisir un modèle adéquat pour un problème réel.

PRESENTATION DU PONT ETUDIE



Un pont est composé d'une simple dalle en béton de largeur $b = 2\text{m}$, longueur $L = 20\text{m}$ hauteur $h = 50\text{cm}$, $E = 35\text{GPa}$; $\rho = 2500\text{kg/m}^3$. La dalle est encastrée à gauche dans une zone rocheuse et appuyée à droite sur le sol.

ETUDE THEORIQUE :

MODELE1 : DALLE ENCASTRE- LIBRE

Le sol d'appui de la dalle est considéré mou ($k=0$).

Cas1 : Dalle est non chargée.

- Trouver la solution exacte de la pulsation (ou de la fréquence) propre fondamentale et le mode correspondant.
- Retrouver la valeur de la fréquence propre fondamentale par l'approximation de Rayleigh.

Cas2 : Prise en charge du poids propre pris uniformément réparti.

- Retrouver la valeur de la fréquence propre fondamentale par l'approximation de Rayleigh.

MODELE2 : DALLE ENCASTREE A GAUCHE AVEC APPUI ELASTIQUE A DROITE ($K \neq 0$)

Le sol d'appui de la dalle est considéré comme élastique de raideur k ($k \neq 0$).

Cas3 : (k=106)

Cas4 : (k=107)

- Pour les cas 3 et 4, retrouver les valeurs des fréquences propres fondamentales par l'approximation de Rayleigh.

SIMULATION ELEMENTS FINIS

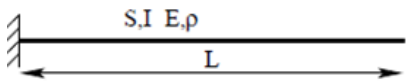
Pour les quatre cas des deux modèles, utiliser le logiciel RDM6 Éléments Finis (Elasticité-thermique) pour la modélisation EF. Prendre 20 éléments Q8 (quadrangle à 8 nœuds) dans la longueur (20 m) et 2 éléments Q8 dans la hauteur (0.5m).

- Pour chaque cas, Relevez la valeur de la fréquence propre fondamentale.

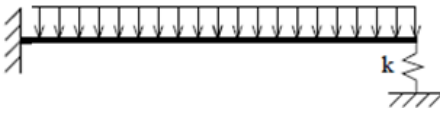
SYNTHESES ET CONCLUSION

- Remplir le tableau de synthèse :

MODELE1 : DALLE ENCASTRE- LIBRE

Cas1 : Dalle non chargée.			
		Fréquence propre f_0	Erreur relative
Solution analytique (solution de référence)			
Solution de Rayleigh. Approximation par la théorie des poutres.	$v(x) = \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}$		
Solution par éléments finis			
Cas2 : Prise en charge du poids propre pris uniformément réparti.			
Solution de Rayleigh. Approximation par la théorie des poutres.	$v(x) = \frac{L^2x^2}{2} - \frac{Lx^3}{3} + \frac{x^4}{12}$		
Solution par éléments finis			

MODELE2 : DALLE ENCASTREE A GAUCHE AVEC APPUI ELASTIQUE A DROITE (K≠ 0)

		
	Fréquence propre f_0	Erreur relative
Cas3 : (k=106)		
Solution par éléments finis (solution de référence)		
Solution de Rayleigh. Approximation par la théorie des poutres sans ressort.	$v(x) = \frac{L^2 x^2}{2} - \frac{L x^3}{3} + \frac{x^4}{12}$	
Cas4 : (k=107)		
Solution par éléments finis (solution de référence)		
Solution de Rayleigh. Approximation par la théorie des poutres sans ressort.	$v(x) = \frac{L^2 x^2}{2} - \frac{L x^3}{3} + \frac{x^4}{12}$	

SYNTHESES ET CONCLUSION

- Pour les deux cas du premier modèle, comparer la valeur de la fréquence théorique aux valeurs trouvées par l'approximation de Rayleigh et par EF. Conclure.
- Pour les deux cas du deuxième modèle, comparer les valeurs trouvées par l'approximation de Rayleigh et par EF. Conclure sur la valeur de k.

TP4 CYLINDRE SOUS PRESSION

OBJECTIFS DU TP

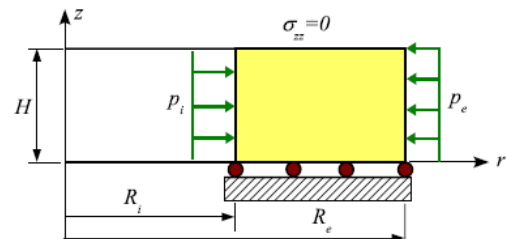
- Modéliser un cylindre sous pression par éléments finis
- Calculer les déplacements et les contraintes par les deux méthodes : analytique, et par simulation éléments finis,
- Comparer les résultats des deux méthodes en calculant l'erreur relative.

PRESENTATION DU CYLINDRE ETUDIE

Cylindre creux d'axe z , en acier de module de Young E et de coefficient de Poisson ν . Il est soumis successivement à une pression intérieure p_i et à une pression extérieure p_e .

$$R_i = 100 \text{ mm}, R_e = 200 \text{ mm}, H = 10 \text{ mm}$$

$$E = 200000 \text{ MPa}, \nu = 0,3, p_i = p_e = 100 \text{ MPa}$$



ETUDE THEORIQUE

- Montrer les relations suivantes de l'élasticité linéaire concernant le déplacement radial u et les contraintes radiales σ_{rr} et tangentielles $\sigma_{\theta\theta}$:

$u = \frac{r}{E} \left((1 - \nu)A + (1 + \nu) \frac{B}{r^2} \right)$	$\sigma_{rr} = A - \frac{B}{r^2}$	$\sigma_{\theta\theta} = A + \frac{B}{r^2}$
Cas où le cylindre est soumis à une pression intérieure $p_i = p$ ($p_e = 0$)	$B = AR_e^2$	$A = \frac{pR_i^2}{R_e^2 - R_i^2}$
Cas où le cylindre est soumis à une pression extérieure $p_e = p$ ($p_i = 0$)	$B = AR_i^2$	$A = -\frac{pR_e^2}{R_e^2 - R_i^2}$

N.B : Dans le Cas où le cylindre est soumis à une pression extérieure, le déplacement radial u passe par une valeur maximale pour le rayon $r = r_m$:

$R_i < r_m = R_i \sqrt{\frac{1 + \nu}{1 - \nu}} < R_e$	Soit	$\nu = \frac{R_e^2 - R_i^2}{R_e^2 + R_i^2}$	$u(r_m) = R_i \sqrt{\frac{(1 + \nu)(1 - \nu)}{E}} AR_i$
--	------	---	---

SIMULATION PAR ELEMENTS FINIS

Modélisation :

Structure paramétrée 1 (Cylindre) : $(xO, yO) = (Ri, 0)$, L = épaisseur, H = Hauteur

Problème de révolution d'axe z , structure paramétrée 1 : $xO = 100$ mm, $yO = 0$, $L = 100$ mm, $H = 10$ mm.

Maillage : environ 400 triangles à 6 nœuds.

- Remplir le tableau suivant pour le cas où le cylindre est soumis à une pression intérieure $p_i = p$ ($p_e = 0$)

	Théorie de l'élasticité linéaire	Solution éléments finis RDM6	Erreur relative
$u(r=Ri)$			
$u(r=Re)$			
$\sigma_{rr}(r=Ri)$			
$\sigma_{rr}(r=Re)$			
$\sigma_{\theta\theta}(r=Ri)$			
$\sigma_{\theta\theta}(r=Re)$			

- Remplir le tableau suivant pour le cas où le cylindre est soumis à une pression extérieure $p_e = p$ ($p_i = 0$)

	Théorie de l'élasticité linéaire	Solution éléments finis RDM6	Erreur relative
$u(r=Ri)$			
$u(r=Re)$			
u maximal (si p_e seule)			
$\sigma_{rr}(r=Ri)$			
$\sigma_{rr}(r=Re)$			

$\sigma_{\theta\theta}(r=R_i)$			
$\sigma_{\theta\theta}(r=R_e)$			

SYNTHESE ET CONCLUSION

1. Comparer les résultats théoriques aux résultats numériques par Eléments finis puis conclure.

RDM6 Ossature

2.1 Présentation

Il est conseillé de suivre les étapes suivantes pour chaque TP :

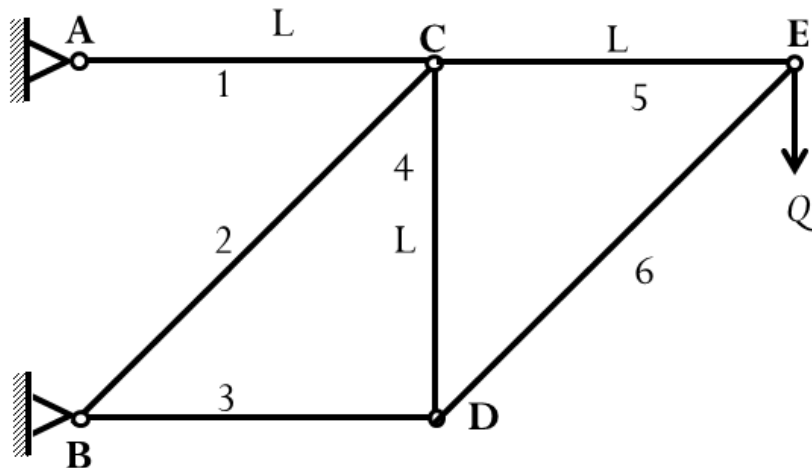
1. Commencer par dessiner la géométrie,
2. Définir le matériau, la section, les liaisons entre poutres, les appuis, le chargement, ...
3. Lancer le calcul statique ou des modes propres,
4. Entrer les paramètres si nécessaire,
5. Enregistrer sous l'extension .cal

TP5 : TRELLIS ISOSTATIQUE

OBJECTIFS DU TP

- Pour un treillis isostatique, comparer les résultats théoriques aux valeurs de simulations sur RDM6 Ossature.

TREILLIS UTILISE



Pour le treillis isostatique ci-dessus : Barres identiques de module E et de section S .

$L=2\text{m}$, $Q=20\text{ kN}$ (coefficient majorateur inclus), Matériau et sections tubulaires identiques : $d=50\text{ mm}$, Epaisseur $e=5\text{ mm}$, $S=706.86\text{ mm}^2$, $E=210.000\text{ MPa}$, $R_e=200\text{ MPa}$.

ETUDE THEORIQUE

1. Déterminer le degré d'hyperstaticité h .
2. Calculer les réactions aux appuis.
3. Déterminer les efforts dans chacune des barres par les trois méthodes : méthode des sections, méthode des nœuds, méthode générale.
4. Calculer l'expression de la flèche verticale au point de l'application de la charge.

SIMULATION OSSATURE

5. Ressortir les résultats suivants :
 - Les réactions aux appuis, la flèche horizontale et verticale au point de l'application de la charge,
 - Les efforts et les contraintes normales dans chacune des barres,
6. D'après les résultats des simulations, vérifier que le critère de résistance est respecté pour l'ensemble des barres.
7. Comparer les résultats dans le cas où les barres sont encastrees entre elles.

On propose de multiplier par quatre, l'effort extérieur Q .

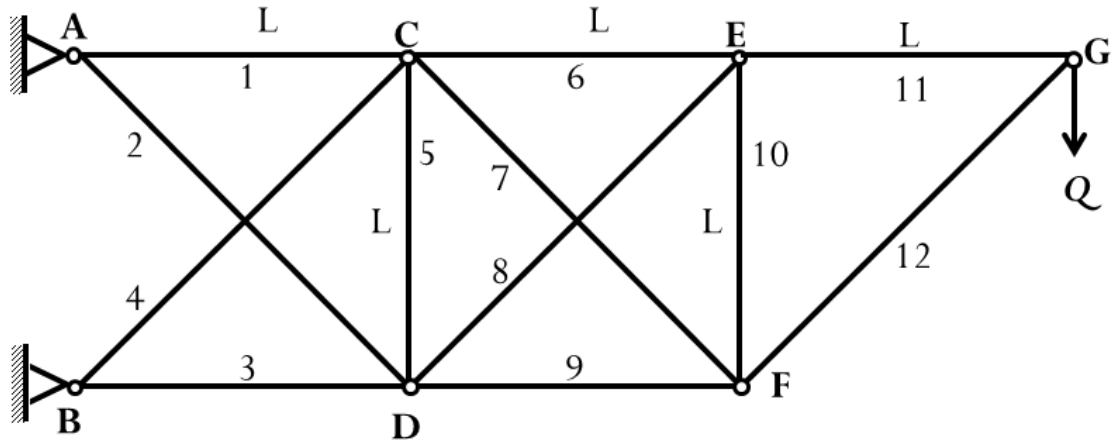
8. Dédurre les nouvelles valeurs des contraintes normales dans chacune des barres,

9. Vérifier que le critère de résistance est respecté pour l'ensemble des barres. Conclure sur d'éventuels éléments à redimensionner.
10. Proposer une solution si le critère de résistance n'est pas respecté.

TP6 TRELLIS HYPERSTATIQUE

OBJECTIFS DU TP

- Pour un treillis hyperstatique, comparer les résultats théoriques aux valeurs de simulations sur RDM6 Ossature.



Pour le treillis hyperstatique ci-dessus : Barres identiques de module E et de section S .

$L=2\text{m}$, $Q=50\text{ kN}$ (coefficient majorateur inclus), Matériau et sections tubulaires identiques : $d=50\text{ mm}$, Epaisseur $e=5\text{ mm}$, $S= 706.86\text{ mm}^2$, $E= 210.000\text{ MPa}$, $Re=200\text{ MPa}$.

ETUDE THEORIQUE

- Déterminer le degré d'hyperstaticité h .
- Déterminer les réactions aux appuis et les efforts dans toutes les barres.
- Calculer l'expression de la flèche verticale au point de l'application de la charge.

SIMULATION OSSATURE

- Ressortir les résultats suivants :
 - Les réactions aux appuis, la flèche horizontale et verticale au point de l'application de la charge,
 - Les efforts et les contraintes normales dans chacune des barres,
- D'après les résultats des simulations, vérifier que le critère de résistance est respecté pour l'ensemble des barres.
- Comparer les résultats dans le cas où les barres sont encastrees entre elles.

On propose de multiplier par deux, l'effort extérieur Q .

- Déduire les nouvelles valeurs des contraintes normales dans chacune des barres,
- Vérifier que le critère de résistance est respecté pour l'ensemble des barres. Conclure sur d'éventuels éléments à redimensionner.
- Proposer une solution si le critère de résistance n'est pas respecté.